

# Lebensdauer kosmischer Myonen

Christophe Cauet und Tobias Brambach \*

15. März 2007

## Zusammenfassung

Im folgenden Versuch sollen die charakteristischen Eigenschaften (kosmischer) Myonen untersucht und speziell ihre Lebensdauer bestimmt werden.

## Inhaltsverzeichnis

<b>1. Theorie</b>	<b>2</b>
1.1. Eigenschaften von Myonen . . . . .	2
1.2. Lebensdauer der Myonen: $\tau$ . . . . .	2
<b>2. Durchführung</b>	<b>3</b>
2.1. Beschreibung des Messverfahrens . . . . .	3
2.2. Aufbau der Apparatur zur Lebenszeitmessung . . . . .	3
<b>3. Auswertung</b>	<b>5</b>
3.1. Kalibrieren der Zeitachse . . . . .	5
3.2. Bestimmung des Untergrunds . . . . .	7
3.3. Bestimmung der Lebensdauer von Myonen . . . . .	8
<b>A. Anhang</b>	<b>11</b>
A.1. Messwerte . . . . .	11
A.2. Literaturangaben . . . . .	13

---

\*c.cauet@gmail.com oder t.brambach@gmail.com

# 1. Theorie

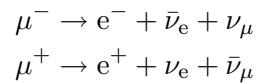
## 1.1. Eigenschaften von Myonen

Die aktuell bekannten Elementarteilchen werden im Sinne des **Standardmodells** in Quarks und Leptonen eingeordnet. Zusätzlich sind noch drei für die Teilchenphysik relevante Wechselwirkungen und ihre Austauschteilchen bekannt. Leptonen unterliegen sowohl der **elektromagnetischen**, als auch der **schwachen Wechselwirkung**. Quarks unterliegen, aufgrund ihrer Farbladung, der starken Wechselwirkung. Quarks und Leptonen kommen in drei Generationen vor, wobei die erste Generation die leichtesten, die Dritte die schwersten Elementarteilchen beheimatet.

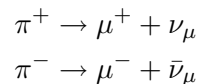
Generation:	1.		2.		3.		Ladung
Quarks	Up	4MeV	Charm	1.5GeV	Truth	175GeV	$+\frac{2}{3}$
	Down	7MeV	Strange	150MeV	Beauty	4.7GeV	$-\frac{1}{3}$
Leptonen	$e^-$	511keV	$\mu^-$	106MeV	$\tau^-$	1.8GeV	-1
	$\nu_e$		$\nu_\mu$		$\nu_\tau$		0
Vektorbosonen	$\gamma, Z^0, W^+, W^-, g$						

Tabelle 1: Derzeitiges Standardmodell der Elementarteilchen

Das Interesse gilt in diesem Versuch den Leptonen der zweiten Generation. Die Myonen tragen negative Ladung, ihre Anti-Teilchen Positive. Mögliche Zerfallskanäle sind:



Die im Versuch beobachteten Myonen entstehen in Teilchenschauern in der oberen Atmosphäre in Pionenzerfällen:



## 1.2. Lebensdauer der Myonen: $\tau$

Bei dem Zerfall instabiler Teilchen handelt es sich um einen statistischen Prozess. Die Wahrscheinlichkeit eines Zerfalls in einem bestimmten Zeitintervall, wird proportional zu diesem angenommen:

$$dW = \lambda dt$$

In Analogie zum radioaktiven Zerfall, lässt sich dann die Verteilungsfunktion der individuellen Lebensdauer als **Exponentialverteilung** schreiben:

$$\frac{dN(t)}{N_0} = \lambda e^{-\lambda t} dt \tag{1.1}$$

Hiermit lässt sich der Erwartungswert der Lebensdauer berechnen:

$$\begin{aligned}\langle \tau \rangle &= \int_0^{\infty} t \lambda e^{-\lambda t} dt \\ &= \frac{1}{\lambda}.\end{aligned}$$

$\lambda$  wird als **Zerfallskonstante** bezeichnet und verhält sich reziprok zur Lebensdauer

## 2. Durchführung

### 2.1. Beschreibung des Messverfahrens

Die in diesem Versuch beobachteten Myonen sind nur aufgrund ihrer relativistischen Geschwindigkeit auf der Erde untersuchbar. Als Ursache ihrer Wechselwirkung mit Materie lassen sie sich in einem Szintillations-Detektor nachweisen. Der Aufbau des Detektors und der Ablauf der Ereignisse soll nun kurz geschildert werden.

Es handelt sich bei dem verwendeten Detektor um einen in Toluol gelösten organischen Szintillator in einem Edelstahlzylinder, an dessen Enden sich zwei Photomultiplier befinden. Die Abklingdauer des Materials liegt bei etwa 10ns pro Lichtimpuls und der Detektor hat ein ungefähres Volumen von 50ℓ. Ein einfallendes Myon verliert in Wechselwirkung mit dem Detektor etwa 2MeV/cm. Die auf diese Weise angeregten Atome emittieren bei der Rückkehr in ihren Grundzustand eine große Zahl von Photonen im sichtbaren bis UV-Spektrum, welche von den Photomultipliern detektiert und in Spannungspulse gewandelt werden.

Ist die Energie des einfallenden Myons genügend klein, kann es im Detektor-Volumen bis zum Stillstand abgebremst werden. Der daraufhin erzeugte Lichtblitz<sup>1</sup> wird wiederum von beiden Photomultipliern detektiert. Der messbare zeitliche Abstand dieses Doppelimpulses entspricht der Lebensdauer des niederenergetischen Myons im Szintillator.

### 2.2. Aufbau der Apparatur zur Lebenszeitmessung

An diesem Punkt ist nun bekannt wie die Spannungsimpulse im Detektor erzeugt werden. Theoretisch genügt nun, mit dem ersten Impuls des einfallenden Myons eine Stoppuhr zu starten und diese mit dem Impuls des zerfallenden Myons zu stoppen.

Dies gelingt mit einem sogenannten **Zeit-Amplituden-Konverter** (kurz: TAC), der einen zum zeitlichen Abstand des Start- und Stopp-Impulses proportionalen Spannungsimpuls abgibt. Diese Impulse werden von einem **Vielkanalanalysator** registriert und je nach Spannungshöhe in einem dedizierten Kanal gespeichert. Aus der Verteilung der Impulshöhen lässt sich jetzt statistisch die Lebensdauer der Myonen berechnen.

---

<sup>1</sup>Das Myon zerfällt, wie bereits gesehenn u.a. in ein Elektron mit  $E_{e^-} \approx 103m_\mu$ , welches beim Durchgang durch Materie in einem analogen Prozess einen Lichtblitz erzeugt.

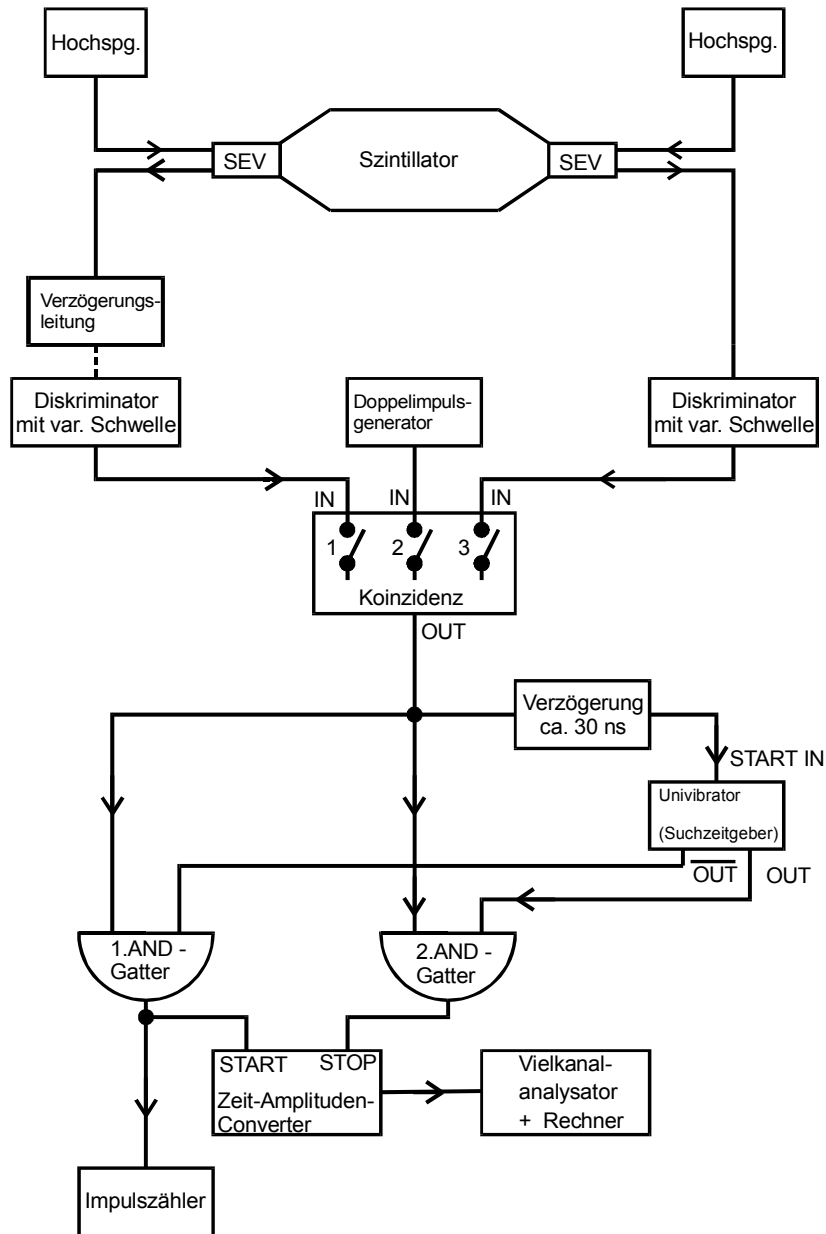


Abbildung 1: Blockschaltbild der Messapparatur. [1]

Praktisch führen jedoch Störeffekte zu fehlerhaften Messungen. Diese Effekte sollen nun beschrieben und Methoden erläutert werden, mit denen die Messung verbessert werden kann. Um generell eine höhere Fehlertoleranz zu erhalten, werden die Impulse der beiden Photomultiplier an ein **Koinzidenzmodul** weitergegeben. Dieses erzeugt nur dann einen Output, wenn beide Photomultiplier einen Lichtblitz gemessen haben, also ein gleichzeitiger Input erfolgt. Gleichzeitig bedeutet in unserem Fall, innerhalb einer zeitlichen Schranke von  $< 5\text{ns}$ . Die in Abbildung 1 gezeigten **Diskriminatoren** dienen ebenfalls der Rauschunterdrückung, indem sie Impulse mit einer Spannungshöhe kleiner  $U_0$  nicht passieren lassen. Weiterhin wandeln sie den auftretenden Spannungspeak in eine besser messbare Stufe mit zwei deutlichen Kanten und einer Länge mit  $\Delta t = 50\text{ns}$  um.

Um mögliche Verzögerungen der elektrischen Signale auszugleichen, besteht die Möglichkeit vor dem Koinzidenzmodul eine Verzögerungsleitung einzubauen. Um zu überprüfen, ob die Signale genügend nahe voneinander registriert werden können, schaut man sich auf einem Mehrkanal-Oszillograph beide Ausgangssignale der Diskriminatoren an. Es gelang uns ohne zusätzliche Verzögerung eine minimale Überlagerung der Signale von mindestens 40ns zu gewährleisten. Die Abweichungen von  $\sim 5\text{ns}$  in beide Richtungen, lässt sich mit der Laufzeit des Lichts in dem ca. 1.5m langen Detektor erklären.

Ein weiterer Fehler ergibt sich aus folgendem Zusammenhang: Da ein Großteil der auf der Erde ankommenden Myonen durch den Detektor hindurchtritt ohne zu zerfallen, werden mehr Start- als Stoppimpulse gezählt. Man muss die Stoppuhr also nach einer vorher festgelegten Zeit stoppen, die kleiner ist als die inverse Rate der hindurchtretenden Myonen, da sonst ein nachfolgendes Myon einen Impuls erzeugt, der die Stoppuhr zu früh stoppt und die Messung verfälscht. Dies gelingt mit einer logischen Anordnung zweier AND-Gatter und einem Univibrator, die vor den TAC geschaltet werden. Es wurde eine Zeitspanne von  $20\mu\text{s}$  gewählt. Diese ist klein gegen die Rate, jedoch groß gegen die Lebensdauer der Myonen. Abbildung 1 zeigt die komplette logische Schaltung. Nach einer Messzeit von über 30h lassen sich dann der Vielkanalanalysator und der Impulszähler sowohl auslesen als auch auswerten.

### 3. Auswertung

#### 3.1. Kalibrieren der Zeitachse

Bevor die Ergebnisse der Langzeitmessung ausgewertet werden können, muß die Zeitachse des Mehrkanalanalysators kalibriert werden. Zu diesem Zweck werden die durch den Doppelimpulsgeber erzeugten Impulse als Referenzwerte zur Kanalzuordnung genutzt. Tabelle 2 enthält die gemessenen Werte. Mit  $\Delta t$  wird der zeitliche Abstand zwischen den, mit einer Frequenz von 1kHz erzeugten, Doppelimpulsen angegeben. Da auf das Signal mehrere Kanäle ansprechen, finden sich in der entsprechenden Spalte Dezimalwerte wieder.

$\Delta t[\mu\text{s}]$	Kanal	$\Delta t[\mu\text{s}]$	Kanal
0.5	10.0	5.5	137.0
1.0	22.5	6.0	149.5
1.5	35.0	6.5	162.0
2.0	48.0	7.0	175.0
2.5	60.6	7.5	188.0
3.0	73.5	8.0	200.5
3.5	86.0	8.5	213.0
4.0	99.0	9.0	225.5
4.5	111.5	9.5	238.5
5.0	124.0	-	-

Tabelle 2: Messwerte zur Zeitachsenkalibrierung des Mehrkanalanalysators.

Eine lineare Regression<sup>2</sup> liefert für  $\Delta t = a \cdot c + b$  ( $c$ : Kanal,  $\Delta t$ : Zeit):

$$\begin{aligned} a &= (0.039370 \pm 0.000022)^{\mu s} / \text{Kanal} \\ &= 0.039370 (1 \pm 0.0006)^{\mu s} / \text{Kanal} \\ b &= (0.1117 \pm 0.0032) \mu s \\ &= 0.1117 (1 \pm 0.0285) \mu s \end{aligned}$$

Die Messwerte und die durchgeführte lineare Regression sind in Abbildung 2 zu finden.

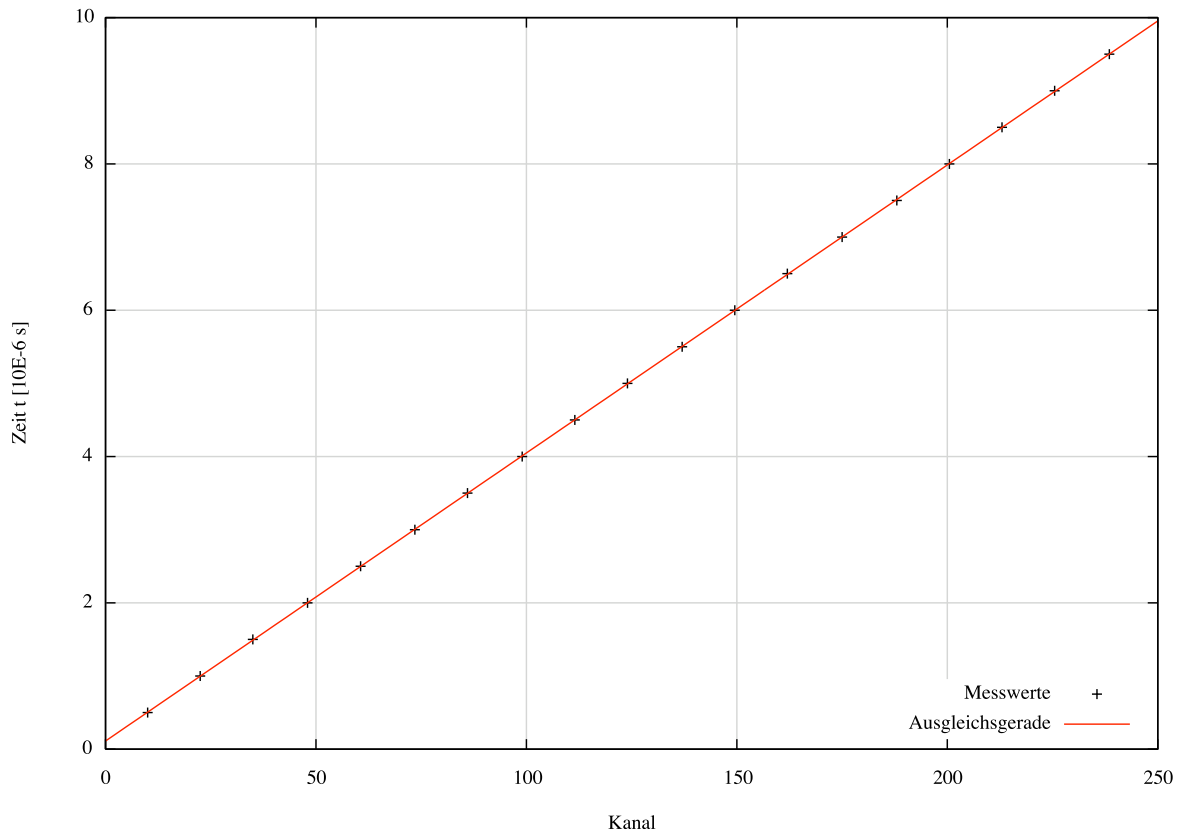


Abbildung 2: Messwerte und lineare Regression zur Kalibrierung der Zeitachse.

Betrachtet man in Abbildung 3 die zeitliche Differenz (nach Formel (3.1)) des eingestellten Zeitwerts mit dem durch die Ausgleichsrechnung theoretisch Ermittelten, stellt man fest dass die Abweichung statistisch verteilt sind. Es ist kein zusätzlicher systematischer Fehler zu erkennen.

$$\delta t = \Delta t - t \tag{3.1}$$

<sup>2</sup>Regression berechnet mit *GnuPlot 4.0* unter Verwendung des NLLS Levenberg-Marquardt Algorithmus.

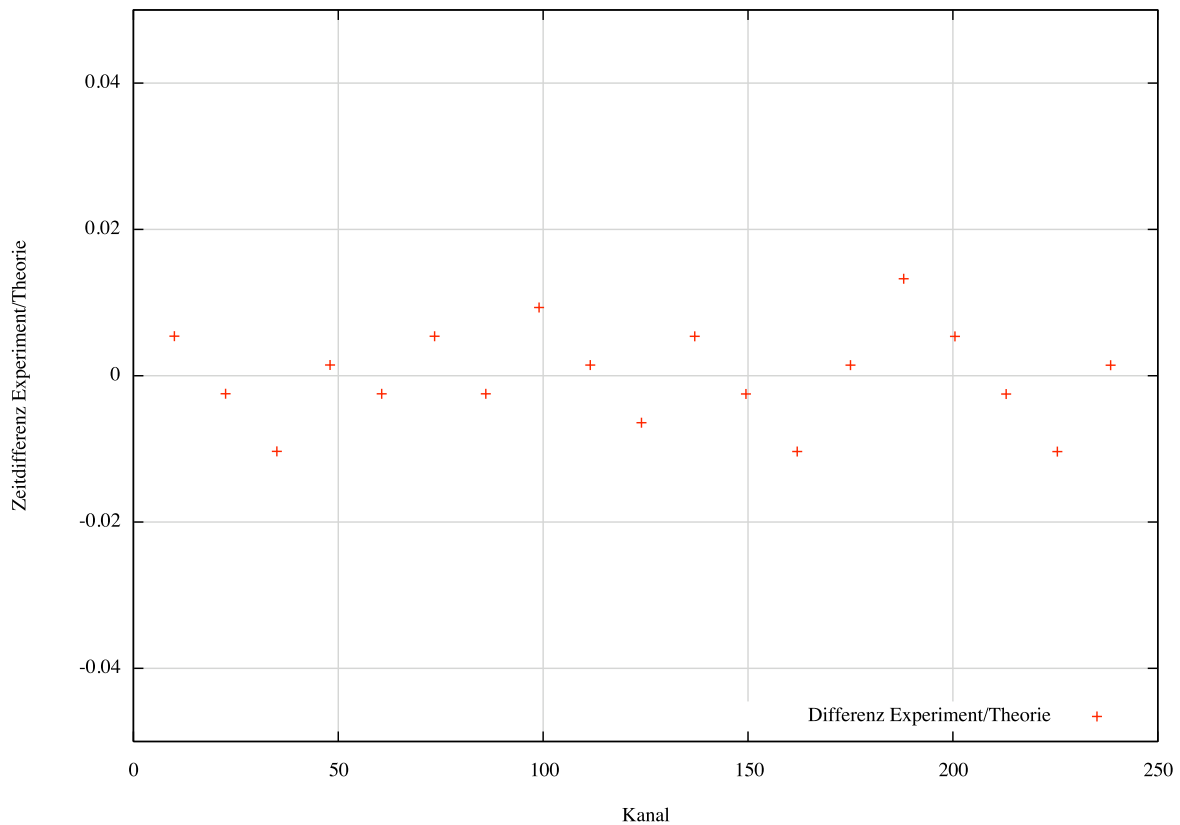


Abbildung 3: Zeitliche Differenz zwischen dem eingestellten Zeitwert und dem durch die Ausgleichsrechnung theoretisch Ermittelten (je Kanal) nach Formel (3.1).

### 3.2. Bestimmung des Untergrunds

Die mittlere Startimpulsrate beträgt:

$$\begin{aligned} \langle N \rangle &= \frac{N_{\text{Start}}}{T} \\ &= 23.11 \frac{1}{s} \end{aligned}$$

mit einer Dauer  $T = 169014\text{s} = 46\text{h} + 56\text{min} + 54\text{s}$  der Messung und  $N_{\text{Start}} = 3606341$  Startimpulsen insgesamt. Dieser Wert liegt gut im Bereich zwischen den 20 – 40 erwarteten Myonen pro Sekunde. Die zugrunde liegende Statistik lässt nun die Berechnung der Wahrscheinlichkeit zu, wie oft ein nachfolgendes Myon einen Stoppimpuls auslöst. Mit der Poissonverteilung der Ereignisse innerhalb eines Messkorridors von  $T_S = 20\mu\text{s}$ :

$$P_{T_S < N} (k) = \frac{(T_S \langle N \rangle)^k}{k!} e^{-T_S \langle N \rangle} \quad (3.2)$$

beträgt die Anzahl der durch **ein** weiteres Myon ( $k = 1$ ) ausgelösten Fehlmessungen:

$$\begin{aligned} N_{\text{Fehl}} &= P_{T_S < N} \cdot N_{\text{Start}} \\ &= 1806.54 \end{aligned}$$

Bei einer gleichmäßigen Verteilung über alle Kanäle bedeutet dies einen Untergrund von

$$U = \frac{N_{\text{Fehl}}}{512 \text{ Kanal}}$$

$$= 3.53 \frac{1}{\text{Kanal}}$$

### 3.3. Bestimmung der Lebensdauer von Myonen

Die Bestimmung der Lebensdauer der Myonen gelingt nun anhand der Daten aus der Langzeitmessung mit dem Mehrkanalanalysator. Abbildung 4 zeigt die im Anhang beigefügten Messwerte in Form eines Histogramms.

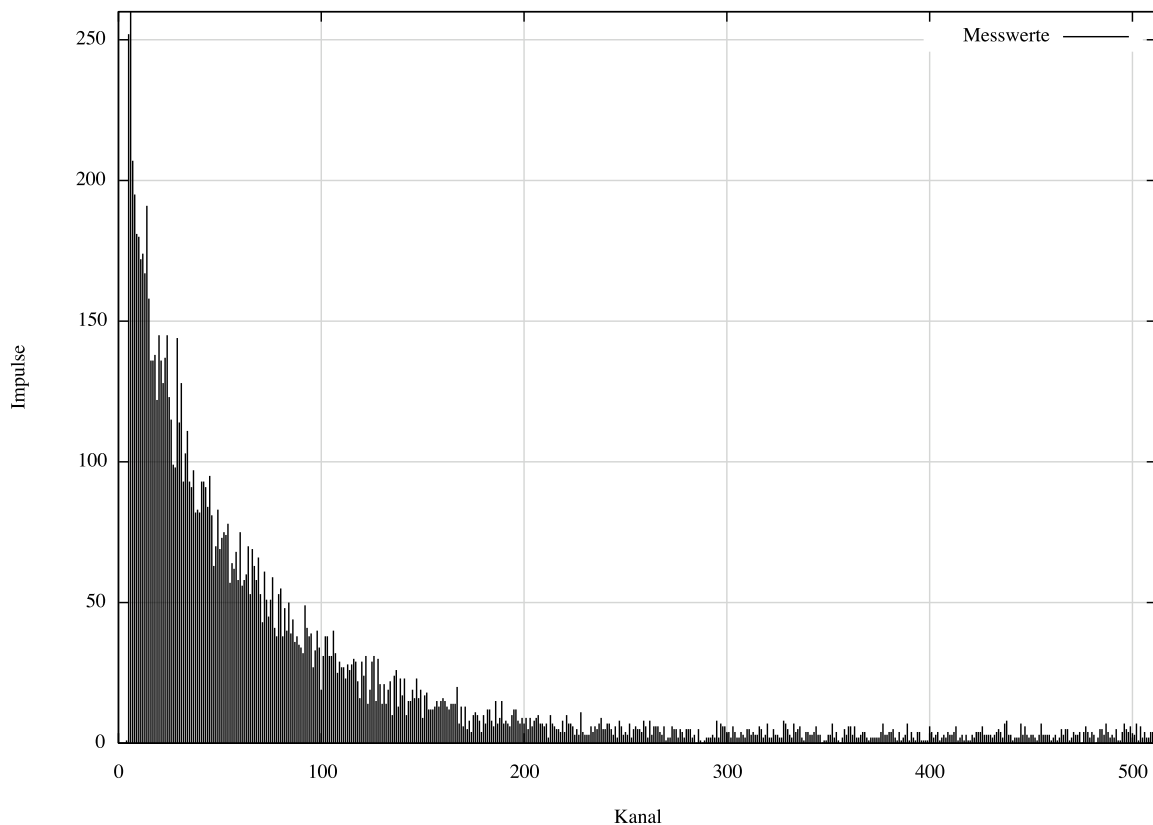


Abbildung 4: Datenhistogramm zur Häufigkeitsverteilung der gemessenen Zerfälle auf die einzelnen Kanäle des Mehrkanalanalysators.

Es ist klar zu erkennen, dass es sich um eine exponentielle Verteilung der bereits in Formel (1.1) gesehenen Form handelt. Unter Berücksichtigung des statistischen Fehlers  $\sigma_i = \sqrt{N_i}$  und der Gewichtung  $w_i = \frac{1}{\sigma_i^2}$  werden die Daten nach der Formel:

$$N(t) = N_0 \cdot \exp\left(-\frac{1}{c}t\right) + U \quad [t] = 1 = \text{Kanal} \quad (3.3)$$

gefittet<sup>3</sup>. Abbildung 5 zeigt die Messwerte und den Fit. Es ergeben sich folgende Parameter:

$$\begin{aligned} N_0 &= (206.1 \pm 1.9) \\ &= 206.1 (1 \pm 0.0092) \\ c &= (49.33 \pm 0.65) \\ &= 49.33 (1 \pm 0.013) \\ U &= (3.68 \pm 0.29) \\ &= 3.68 (1 \pm 0.08) \end{aligned}$$

Hierbei werden nur die Kanäle 7 bis 512 berücksichtigt, da die ersten sechs Kanäle keine verwertbaren Ergebnisse liefern. Anhand der Resultate aus Abschnitt 3 lässt sich die Lebensdauer nun bestimmen:

$$\begin{aligned} \tau_{\text{exp}} &= (1.94 \pm 0.03) \mu s \\ &= 1.94 (1 \pm 0.013) \mu s \end{aligned}$$

Der Fehler pflanzt sich nach Gauß fort und berücksichtigt sowohl den Fehler auf die Steigung im Fit zur Zeitachsenkalibrierung als auch den Fehler aus dem nicht linearen Fit im vorhergehenden Abschnitt.

Der sich im Fit ergebene Untergrund  $U \approx 3.7$  stimmt im Rahmen der Fehlerschranken gut mit dem vorher berechneten Untergrund<sup>?</sup> überein. Ein Vergleich mit dem Literaturwert [2] der Lebensdauer von Myonen

$$\begin{aligned} \tau_{\text{lit}} &= (2.19703 \pm 0.00004) \mu s \\ &= 2.19703 (1 \pm 0.00002) \mu s \end{aligned}$$

zeigt jedoch eine Differenz. Die Abweichung vom experimentell bestimmten Wert zum Literaturwert beträgt ca. 13%, es ist also von einem systematischen Fehler auszugehen. Eine mögliche Erklärung liefert die recht hohe Untergrundrate. Eine große Zahl an Kanälen weist nur eine Impulsanzahl in der Größenordnung von fünf auf. Der Untergrund gewinnt so an Bedeutung und kann das Versuchsergebnis negativ beeinflussen.

---

<sup>3</sup>Wieder *GnuPlot 4.0* mit NLLS Levenberg-Marquardt Algorithmus

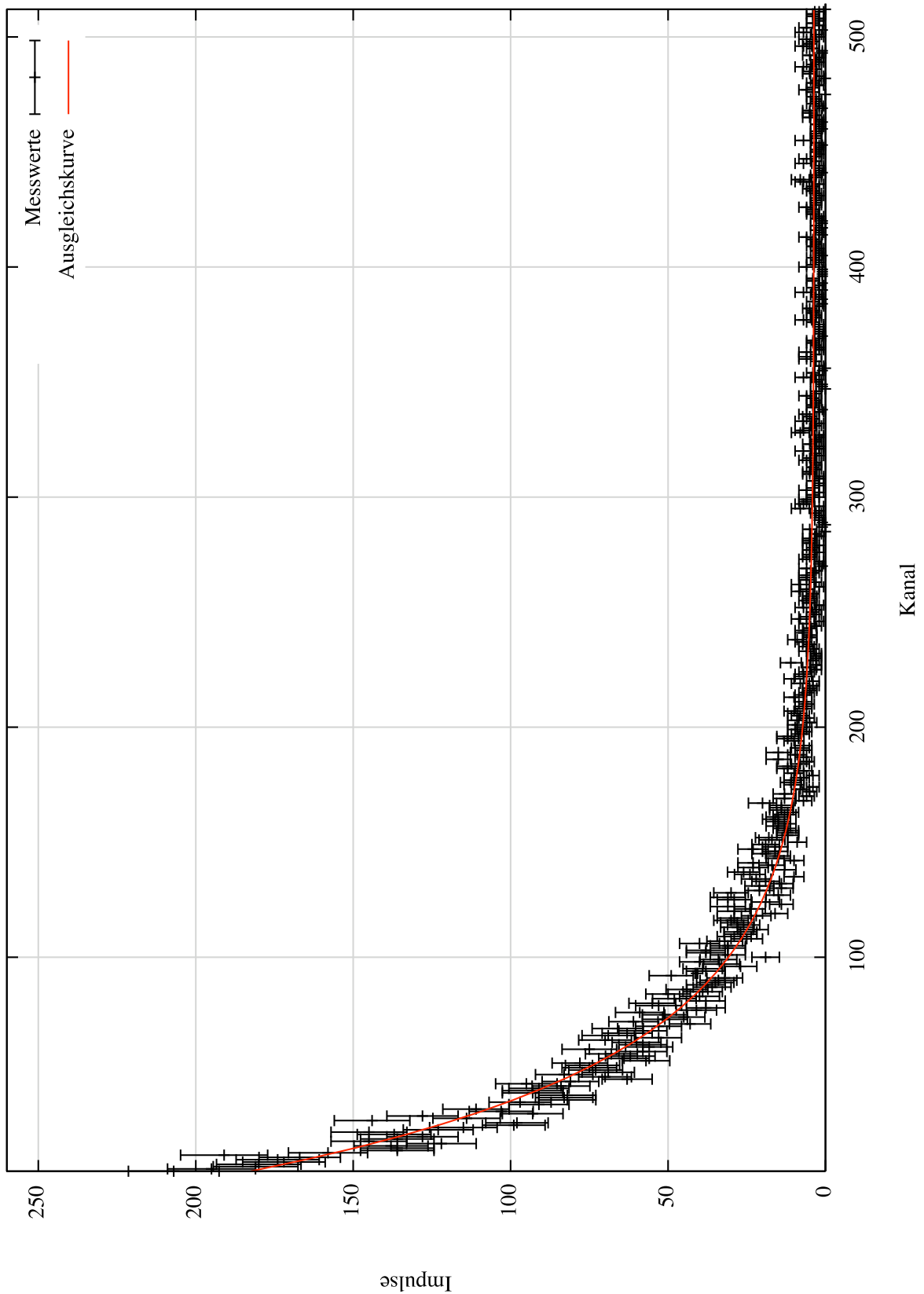


Abbildung 5: Messwerte zur Bestimmung der Lebensdauer von Myonen und gewichteter Fit

## A. Anhang

### A.1. Messwerte

Kanal	Impulse	Kanal	Impulse	Kanal	Impulse	Kanal	Impulse	Kanal	Impulse
0	0	41	93	82	48	123	14	164	14
1	0	42	93	83	40	124	19	165	14
2	0	43	91	84	50	125	29	166	14
3	0	44	84	85	39	126	31	167	20
4	1	45	95	86	44	127	15	168	7
5	252	46	81	87	36	128	30	169	13
6	310	47	63	88	38	129	21	170	6
7	207	48	70	89	35	130	14	171	13
8	195	49	83	90	34	131	21	172	5
9	181	50	69	91	32	132	14	173	8
10	180	51	73	92	49	133	19	174	4
11	172	52	75	93	41	134	22	175	10
12	174	53	74	94	38	135	10	176	11
13	167	54	78	95	39	136	24	177	10
14	191	55	57	96	27	137	26	178	8
15	158	56	64	97	33	138	13	179	4
16	136	57	62	98	40	139	23	180	10
17	136	58	68	99	34	140	17	181	7
18	138	59	58	100	19	141	23	182	12
19	122	60	75	101	31	142	10	183	12
20	145	61	56	102	38	143	15	184	8
21	136	62	58	103	38	144	15	185	6
22	128	63	60	104	31	145	19	186	15
23	137	64	70	105	31	146	16	187	7
24	145	65	53	106	40	147	23	188	9
25	123	66	69	107	32	148	16	189	15
26	115	67	63	108	25	149	19	190	7
27	99	68	58	109	29	150	9	191	8
28	98	69	66	110	27	151	17	192	7
29	144	70	53	111	27	152	18	193	6
30	114	71	43	112	23	153	12	194	10
31	128	72	61	113	28	154	12	195	12
32	93	73	51	114	26	155	12	196	12
33	103	74	45	115	28	156	13	197	8
34	111	75	51	116	30	157	15	198	7
35	93	76	59	117	29	158	13	199	9
36	91	77	41	118	22	159	15	200	7
37	97	78	38	119	16	160	16	201	9
38	82	79	53	120	29	161	15	202	5
39	83	80	55	121	24	162	13	203	9
40	82	81	38	122	31	163	12	204	6

Tabelle 3: Messwerte zur Bestimmung der Lebensdauer von Myonen (Teil I)

Kanal	Impulse	Kanal	Impulse	Kanal	Impulse	Kanal	Impulse	Kanal	Impulse
205	8	246	2	287	1	328	8	369	2
206	9	247	8	288	0	329	7	370	1
207	10	248	6	289	1	330	5	371	2
208	7	249	3	290	2	331	3	372	2
209	7	250	4	291	2	332	2	373	2
210	6	251	3	292	2	333	7	374	2
211	7	252	7	293	3	334	4	375	2
212	2	253	2	294	2	335	5	376	4
213	10	254	5	295	8	336	6	377	7
214	7	255	6	296	2	337	2	378	3
215	6	256	5	297	7	338	1	379	3
216	5	257	5	298	6	339	4	380	4
217	5	258	4	299	6	340	4	381	4
218	4	259	8	300	4	341	3	382	5
219	8	260	6	301	4	342	3	383	2
220	4	261	2	302	2	343	4	384	1
221	10	262	8	303	6	344	6	385	4
222	7	263	3	304	4	345	3	386	1
223	7	264	6	305	2	346	3	387	2
224	6	265	6	306	2	347	0	388	3
225	3	266	6	307	4	348	1	389	7
226	5	267	4	308	2	349	1	390	1
227	3	268	3	309	2	350	3	391	4
228	11	269	6	310	5	351	3	392	2
229	4	270	1	311	5	352	7	393	1
230	3	271	2	312	3	353	2	394	4
231	3	272	2	313	4	354	4	395	4
232	3	273	6	314	3	355	1	396	1
233	6	274	5	315	3	356	0	397	1
234	4	275	5	316	6	357	2	398	1
235	6	276	2	317	5	358	5	399	1
236	5	277	5	318	2	359	3	400	6
237	7	278	4	319	3	360	6	401	4
238	9	279	2	320	7	361	6	402	2
239	5	280	5	321	2	362	3	403	3
240	5	281	5	322	2	363	6	404	4
241	7	282	5	323	5	364	2	405	1
242	7	283	2	324	3	365	2	406	2
243	5	284	3	325	3	366	3	407	3
244	3	285	0	326	2	367	4	408	2
245	6	286	5	327	2	368	4	409	4

Tabelle 4: Messwerte zur Bestimmung der Lebensdauer von Myonen (Teil II)

Kanal	Impulse	Kanal	Impulse	Kanal	Impulse	Kanal	Impulse	Kanal	Impulse
410	3	431	2	452	2	473	3	494	1
411	3	432	3	453	1	474	4	495	4
412	4	433	4	454	3	475	0	496	7
413	6	434	5	455	7	476	4	497	5
414	1	435	4	456	3	477	6	498	4
415	2	436	2	457	3	478	4	499	6
416	3	437	7	458	3	479	2	500	2
417	1	438	8	459	3	480	4	501	3
418	3	439	3	460	1	481	3	502	7
419	1	440	3	461	2	482	0	503	1
420	1	441	1	462	3	483	2	504	6
421	3	442	2	463	1	484	5	505	2
422	2	443	2	464	2	485	5	506	4
423	4	444	2	465	5	486	3	507	2
424	4	445	7	466	3	487	7	508	2
425	4	446	3	467	5	488	4	509	4
426	6	447	6	468	5	489	2	510	4
427	3	448	3	469	1	490	3	511	2
428	3	449	2	470	2	491	2	512	0
429	3	450	3	471	4	492	5		
430	3	451	3	472	3	493	1		

Tabelle 5: Messwerte zur Bestimmung der Lebensdauer von Myonen (Teil III)

## A.2. Literaturangaben

### Literatur

- [1] Universität Dortmund, Praktikum Physik: Fortgeschrittenen-Praktikum, Anleitungen, Version vom 05.02.2007: V01: Lebensdauer der Myonen

<http://berners-lee.physik.uni-dortmund.de/praktikum/F-Anleitungen/V01.pdf>

- [2] Werte der physikalischen Konstanten aus *Particle Data Group Booklet 2006*