

Physikalisches Anfängerpraktikum
Universität Dortmund / Fachbereich Physik

Protokoll zu Versuch 101
Trägheitsmomente starrer Körper
am 11.04.2006

von
Christophe Cauet und Tobias Brambach
Protokoll vom 9. Mai 2006

1 Einleitung

In diesem Experiment soll das Trägheitsmoment von verschiedenen Körpern bestimmt werden. Außerdem soll der STEINER'sche Satz verifiziert werden.

2 Theorie

Bei Rotationsbewegungen entspricht das Trägheitsmoment I der Masse m bei Translationsbewegungen. Für punktförmige Massen m im Abstand r von einer Drehachse, ist das Trägheitsmoment

$$I = mr^2. \quad (2.1)$$

Wenn sich nun ein starrer Körper um eine feste Achse dreht, drehen sich alle seine Massepunkte mit derselben Winkelgeschwindigkeit um dieselbe Achse. Aufsummieren der Trägheitsmomente der Massepunkte liefert

$$I = \sum_i r_i^2 m_i. \quad (2.2)$$

Für Körper mit homogener Massenverteilung lässt sich diese Summe als Integral

$$I = \int r^2 dm \quad (2.3)$$

schreiben. Da r den Abstand eines Massepunktes zur Drehachse angibt, ist das Trägheitsmoment abhängig von der Lage der Drehachse. Für Körper mit ausgeprägten Symmetrien, zum Beispiel Kugel, Zylinder, Würfel, ist seine Berechnung recht einfach, wenn man sich die Symmetrie zu Nutze machen kann. Jedoch kann sie schon bei einer parallelen Verschiebung der Drehachse weg von der Symmetrieachse relativ schwierig werden. In diesem Fall hilft der STEINER'sche Satz

$$I = I_S + m \cdot a^2, \quad (2.4)$$

der das Trägheitsmoment I einer um die Strecke a verschobenen Drehachse eines Körpers mit der Masse m angibt, wenn I_S sein Trägheitsmoment bezüglich einer Achse durch seinen Schwerpunkt ist. (Die Symmetrieachse geht bei Körpern mit homogener Massenverteilung immer durch den Schwerpunkt.) Wird ein Körper mit Trägheitsmoment I über eine Drehachse mit einer Spiralfeder mit der Winkelrichtgröße D verbunden, so führt er Schwingungen mit der Periodendauer

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}} \quad (2.5)$$

aus. Die Winkelrichtgröße D ergibt sich aus dem Quotienten aus dem Drehmoment

$$M = F \cdot r \quad (2.6)$$

das im Abstand r von der Drehachse durch eine tangential zur Drehrichtung wirkende Kraft F verursacht wird und dem dadurch bedingten Auslenkungswinkel φ des Systems:

$$D = \frac{M}{\varphi}. \quad (2.7)$$

3 Durchführung

3.1 Eichung der Apparatur

Abbildung 1 zeigt die benutzte Messapparatur mit aufgeschraubtem Probekörper. Zunächst müssen die Winkelrichtgröße D der Feder sowie das Eigenträgheitsmoment I_D der Drillachse bestimmt werden. Die Winkelrichtgröße kann man ermitteln, indem man die Kraft F misst, die man aufbringen muss, um die Drillachse um einen Winkel φ auszulenken. Es wird eine Messreihe erstellt in der die Kraft in Abhängigkeit vom Winkel und vom Abstand r von der Drillachse gemessen wird. Die Kraft muss dabei immer tangential zur Drehrichtung orientiert sein. Es ergibt sich

$$D = \frac{F \cdot r}{\varphi} \quad (3.1)$$

aus (2.6) und (2.7). Nun soll das Eigenträgheitsmoment der Drillachse ermittelt werden. Dazu wird auf der Drillachse eine Stange befestigt, an der im Abstand a von der Drillachse zwei „Punktmassen“ der Masse M angebracht sind. Es wird nun eine Messreihe der Schwingungsdauer T in Abhängigkeit von a erstellt. Das Trägheitsmoment der beiden Punktmassen sowie der Stange muss theoretisch ermittelt werden, dann kann man mit (2.5) I_D bestimmen.

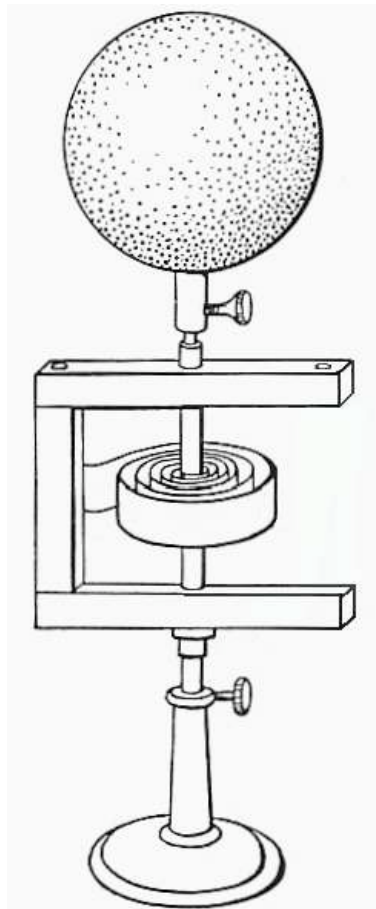


Abbildung 1: Darstellung der Messapparatur

3.2 Messung der Trägheitsmomente geometrischer Körper

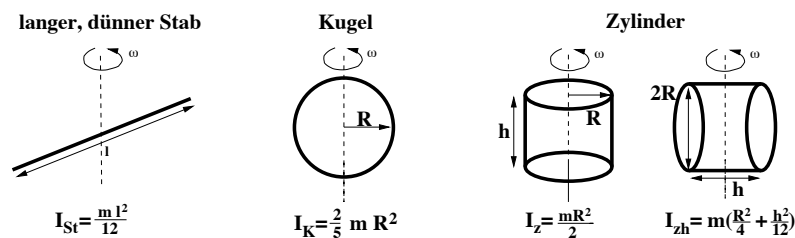


Abbildung 2: Trägheitsmomente einfacher geometrischer Körper

In Abbildung 2 sind die Trägheitsmomente verschiedener einfacher Körper angegeben. Um die Trägheitsmomente einer Kugel oder eines Zylinders experimentell zu ermitteln, muss nun einfach die Periodendauer einer Schwingung gemessen werden, um wiederum mit (2.5) das Trägheitsmoment zu bestimmen. Um das theoretische

Trägheitsmoment nach Abbildung 2 damit zu vergleichen, werden außerdem noch die geometrischen Abmessungen und die Masse der Probekörper festgehalten.

3.3 Messung des Trägheitsmoments einer Puppe

Auch das Trägheitsmoment einer Puppe kann einfach mit dem oben genannten Versuchsaufbau bestimmt werden. Die theoretische Berechnung gestaltet sich hier jedoch etwas schwieriger. Dazu werden die einzelnen „Körperteile“ als Zylinder dargestellt. Die Körperpartien der Puppe werden ausgemessen und aus dem genäherten Volumen der Puppe und ihrer Masse kann dann die Dichte des Materials berechnet werden. Das Trägheitsmoment ergibt sich dann durch Addition der einzelnen Trägheitsmomente der Zylinder unter Zuhilfenahme des Steiner'schen Satzes.

4 Auswertung

Im folgenden Abschnitt werden immer wieder Rechnungen für die Fehlerrechnung benötigt. Um das Lesen des Textes einfacher zu gestalten, sollen jetzt die wichtigsten Formeln kurz dargestellt werden. Der **Mittelwert**:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (4.1)$$

Der Mittelwert ist ein Näherungswert für den wahren Wert einer Messreihe aus n Einzelmessungen x_i . Der Mittelwert wird in weiteren Schritten als „wahrer“ Wert der gemessenen Größe verwendet. Er ist jedoch fehlerbehaftet. Der **mittlere Fehler des Mittelwertes**:

$$\bar{\sigma}_n = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (4.2)$$

gibt eben diesen Fehler der Näherung an. Wie wir weiter unten sehen werden, korreliert der Wert des Eigenträgheitsmoments mit der vorher bestimmten Winkelrichtgröße. Um die Einflussnahme des Fehlers auf die Winkelrichtgröße auf den endgültigen Fehler auf das Trägheitsmoments abschätzen zu können bedient man sich einer **Fehlerfortpflanzung**. Für ein Produkt a von fehlerbehafteten Größen x und y mit den Fehlern r_x, r_y gilt:

$$a = x^m y^n \quad (4.3)$$

$$r_a = \sqrt{m^2 r_x^2 + n^2 r_y^2} \quad (4.4)$$

Durch diese einfache Summierung der Fehlerquadrate der einzelnen Messgrößen (r_i) kann schnell der resultierende Fehler bestimmt werden. Der Fehler r ist ein **relativer Fehler**. Er berechnet sich aus

$$r = \frac{\bar{\sigma}_n}{\bar{x}} \quad (4.5)$$

Für komplexe Zusammenhänge unkorrelierter Fehler gilt die GAUSS'sche Fehlerfortpflanzung:

$$\sigma_x = \sqrt{\sum_i \left(\frac{\partial x}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_{x_i}^2} \quad (4.6)$$

4.1 Bestimmung der Winkelrichtgröße

Zunächst soll die in der Theorie erläuterte **Winkelrichtgröße** D bestimmt werden. Zu diesem Zweck wird das Drehmoment der Apparatur bei drei verschiedenen Winkeln und drei verschiedenen Abständen a der Massen¹ vom Drehpunkt bestimmt. Tabelle 1 beinhaltet die Messwerte.

	$a = 0.0661\text{m}$	$a = 0.1470\text{m}$	$a = 0.0860\text{m}$
$\pi/2$	0.38	0.12	0.30
π	1.00	0.44	0.80
$3\pi/2$	1.50	0.70	1.28
$D_{\pi/2}$	0.015991	0.011232	0.016415
D_{π}	0.021040	0.020592	0.021887
$D_{3\pi/2}$	0.021040	0.021840	0.023346

Tabelle 1: Messwerte zur Bestimmung der Winkelrichtgröße. Abstände Horizontal aufgeführt, Drehwinkel vertikal. Wirkende Kraft in Newton [N] und Winkelrichtgröße D in [Nm].

Zur weiteren Berechnung dient jetzt der Zusammenhang $D = \frac{F \cdot a}{\varphi}$. Die Mittelwertbildung nach Formel (4.1) und eine Fehlerberechnung nach (4.2) und (4.5) liefert für die Winkelrichtgröße:

$$\begin{aligned} D &= (0.02162 \pm 0.00040)\text{Nm} \\ &= 0.02162(1 \pm 0.019)\text{Nm} \end{aligned}$$

Hierbei wurden, die sich aus den Größen für eine Auslenkung von $\pi/2$ ergebenden Werte aufgrund ihrer großen Abweichung nicht mit berücksichtigt. Es ist davon auszugehen, dass das verwendete Messgerät in diesem Messbereich nur unzureichend genaue Werte liefert.

4.2 Bestimmung des Eigenträgheitsmoments der Drehachse

Es muss jetzt noch eine weitere charakteristische Größe, nämlich das Eigenträgheitsmoment I_s der Messapparatur bestimmt werden. Zu diesem Zweck werden in unterschiedlichen Abständen a , symmetrisch zur Rotationsachse, Massen mit $m = 0.229\text{kg}$ angebracht und jeweils die Periodendauer der Schwingung notiert. Tabelle 2 beinhaltet die gemessenen Werte.

¹Die beiden Massen wurden symmetrisch zur Drehachse beide im Abstand a , gemessen von Mittelpunkt zu Mittelpunkt, an der Stange angebracht.

$a[\text{mm}]$	$T[\text{s}] \cdot 5$
80	12.31
100	12.75
120	13.75
140	14.46
160	15.44
180	16.44
200	17.53
220	18.62
240	19.72
260	20.75

Tabelle 2: Messwerte zur Bestimmung des Eigenträgheitsmoments der Versuchsanordnung.

Abbildung 3 zeigt die gemessenen Werte. Es ist hierbei das Periodenquadrat gegen das Quadrat des Abstandes aufgetragen. Die lineare Regression wurde mit ORIGIN 7.5 durchgeführt und liefert für den gesuchten y -Achsenabschnitt einen Wert von $A = 4.800\text{s}^2$ mit einem absoluten Fehler von $\pm 0.058\text{s}^2$ und einem relativen Fehler von 1.2%. Die dem Fit entsprechende Funktion erhält man durch eine Kombination aus Formel (2.5) und dem STEINER'schen Satz:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I_s + m \cdot a^2}{D}}$$
$$T^2 = \frac{4\pi^2}{D}I_s + \frac{4\pi^2 m}{D}a^2$$

mit dem eben bestimmten y -Achsenabschnitt $A = \frac{4\pi^2}{D}I_s$. Einfaches Umstellen führt dann auf $I_s = \frac{AD}{4\pi^2}$ und das Trägheitsmoment lässt sich auf

$$I_s = (0.002629 \pm 0.000058)\text{kgm}^2$$
$$= 0.002629(1 \pm 0.022)\text{kgm}^2$$

bestimmen. Der Fehler berechnet sich in diesem Fall über eine Fehlerfortpflanzung nach GAUSS (siehe Formel (4.4)), da der Fehler der Winkelrichtgröße mit berücksichtigt werden muss: $r_{I_s} = \sqrt{r_A^2 + r_D^2}$.

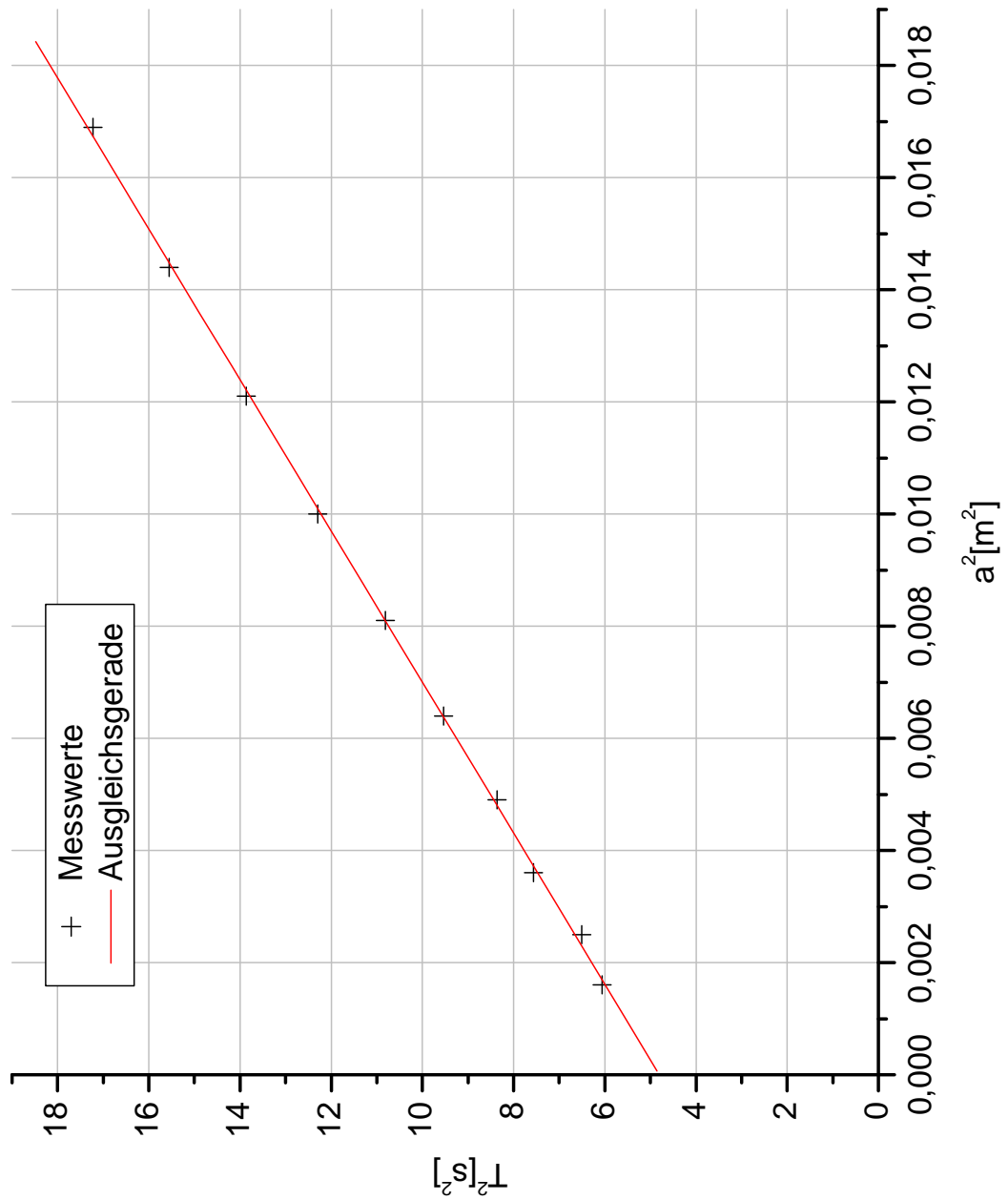


Abbildung 3: Messwerte und Ausgleichsgerade zur Bestimmung des Eigenträgheitsmoments

4.3 Bestimmung von Trägheitsmomenten

Zur theoretischen Bestimmung der Trägheitsmomente dienen die in Abbildung 2 aufgeführten Formeln. Es ergeben sich daraus für die regelmäßigen Körper der Massen: $m_{\text{Kugel}} = 0.8132\text{kg}$, $m_{\text{Zylinder}} = 0.3690\text{kg}$, $m_{\text{Stange}} = 0.0927\text{kg}$ folgende Trägheitsmomente:

$$\begin{aligned}
 I_{\text{Kugel}} &= (0.0015450 \pm 0.0000029)\text{kgm}^2 \\
 &= 0.0015450(1 \pm 0.0019)\text{kgm}^2 \\
 I_{\text{Zylinder}} &= (0.00044888 \pm 0.00000046)\text{kgm}^2 \\
 &= 0.00044888(1 \pm 0.0010)\text{kgm}^2 \\
 I_{\text{Stange}} &= (0.00278 \pm 0.000059)\text{kgm}^2 \\
 &= 0.00278(1 \pm 0.21)\text{kgm}^2
 \end{aligned}$$

Die der Berechnung zugrunde liegenden geometrischen Abmessungen sind Tabelle 3 enthalten. Die Fehler berechnen sich nach GAUSS mit der Formel (4.4) bzw. (4.6): $r_{K/Z} = 2 \cdot r_R$ und $\sigma_{\text{Stange}} = m \sqrt{\left(\frac{R}{2}\right)^2 \sigma_R^2 + \left(\frac{\ell}{6}\right)^2 \sigma_\ell^2}$ mit r_R als dem Fehler auf den Radius von Kugel bzw. Zylinder, σ_R und σ_ℓ sind die absoluten Fehler auf die Abmessungen der Stange.

Stange		Kugel	Zylinder	
$\emptyset[\text{mm}]$	$\ell[\text{mm}]$	$\emptyset[\text{mm}]$	$\emptyset[\text{mm}]$	$\ell[\text{mm}]$
4.95	599.78	138.12	98.80	99.10
5.00	600.00	138.00	98.60	99.30
5.00	600.00	138.02	98.50	99.25
5.00	599.92	137.56	98.65	99.10
5.00	599.68	137.48	98.70	98.90
4.990 ± 0.010	599.886 ± 0.063	137.84 ± 0.13	98.650 ± 0.050	99.130 ± 0.070

Tabelle 3: Abmessungen der Körper inkl. Mittelwert und absolutem Fehler.

Experimentell lässt sich das Trägheitsmoment über die Schwingungsdauer T des Systems bestimmen.

Stange T[s] · 10	Kugel T[s] · 10	Zylinder T[s] · 10	Puppe I T[s] · 10	Puppe II T[s] · 10
21.72	16.66	8.25	9.59	6.62
21.81	16.59	8.35	9.41	6.63
21.59	16.75	8.38	9.63	6.69
21.52	16.63	8.41	9.56	6.63
21.72	16.66	8.31	9.50	6.65
22.04	16.62	8.37	9.53	6.57
22.00	16.69	8.50	9.53	6.59
21.85	16.66	8.34	9.41	6.66
21.81	16.75	8.59	9.53	6.65
21.91	16.63	8.38	9.47	6.56
2.1797 ± 0.0052	1.6664 ± 0.0017	0.8388 ± 0.0030	0.9516 ± 0.0023	0.6625 ± 0.0013

Tabelle 4: Schwingungsdauer der verwendeten Körper. Außerdem Mittelwert und absolutem Fehler auf **eine** Periode.

Es folgt nun die Berechnung der Trägheitsmomente über die bereits in der Theorie hergeleitete Formel (2.5): $I = \alpha T^2$ mit $\alpha = \frac{D}{4\pi^2}$. Mit den in Tabelle 4 aufgeführten Periodendauern T können die Trägheitsmomente nun auf:

$$\begin{aligned}
 I_{\text{Kugel}} &= (0.001521 \pm 0.000028)\text{kgm}^2 \\
 &= 0.001521(1 \pm 0.019)\text{kgm}^2 \\
 I_{\text{Zylinder}} &= (0.0003854 \pm 0.0000077)\text{kgm}^2 \\
 &= 0.0003854(1 \pm 0.020)\text{kgm}^2 \\
 I_{\text{Stange}} &= (0.002602 \pm 0.000050)\text{kgm}^2 \\
 &= 0.002602(1 \pm 0.019)\text{kgm}^2
 \end{aligned}$$

bestimmt werden. Die Berechnung des Fehlers erfolgt wiederum über Formel (4.4): $r = \sqrt{r_D^2 + 4 \cdot r_T^2}$. Das Eigentragheitsmoment wird hier nicht berücksichtigt, in der anschließenden Diskussion soll erläutert werden warum wir auf diesen Schritt verzichten haben.

Außerdem soll jetzt noch das Trägheitsmoment zweier Holzpuppen bestimmt werden. Die Berechnung anhand der experimentell ermittelten Daten erfolgt analog zum

voran gegangenen Teil:

$$\begin{aligned}I_{\text{Puppe1}} &= (0.000496 \pm 0.0000095)\text{kgm}^2 \\ &= 0.000496(1 \pm 0.019)\text{kgm}^2 \\ I_{\text{Puppe2}} &= (0.0002404 \pm 0.0000046)\text{kgm}^2 \\ &= 0.0002404(1 \pm 0.019)\text{kgm}^2\end{aligned}$$

Die theoretische Berechnung gestaltet sich etwas aufwendiger. Abbildung 4 zeigt die beiden verwendeten Konfigurationen, die im folgenden mit "Puppe 1" und "Puppe 2" bezeichnet werden.

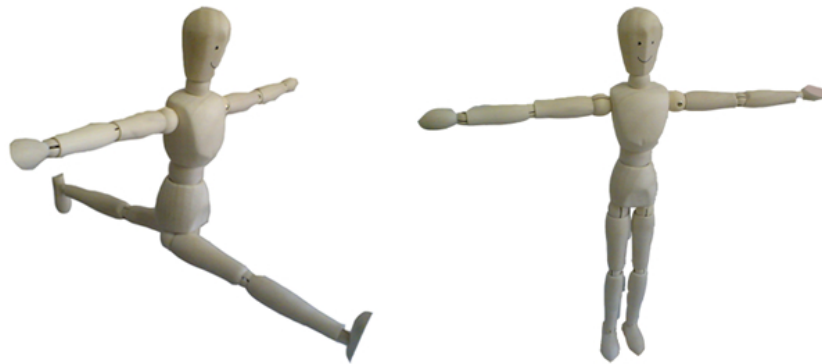


Abbildung 4: Holzpuppe mit beweglichen Gliedern zur Bestimmung des Trägheitsmoments. Links: "Puppe 1", Rechts: "Puppe 2"

Die theoretischen Werte des Trägheitsmoments der Puppe berechnen sich aus der Superposition der Einzelträgheitsmomente. Für beide Konfigurationen gleich sind die Trägheitsmomente von Kopf und den drei Torsoteilen mit den Radien $R_K, R_{T1}, R_{T2}, R_{T3}$. Alle Körperteile werden als Zylinder approximiert, wobei die Drehachse der vier gerade genannten entlang der Symmetrieachse liegt. Nach Abbildung 2 gilt

$$I_{K,T1,T2,T3} = m \frac{R^2}{2}. \quad (4.7)$$

Das Trägheitsmoment der Arme, kann mit Hilfe des STEINER'schen Satzes berechnet werden. Der Abstand der Drehachse vom Schwerpunkt der „Armzylinder“ ergibt sich aus dem Torsoradius R_{T3} und der Armlänge ℓ_A als $a_A = R_{T3} + \ell_A/2$. Es folgt dann

$$I_A = m \frac{R_A^2}{4} + \frac{\ell_A^2}{12} + ma_A^2 \quad (4.8)$$

für jeweils einen Arm. Für Puppe 1 ist der Abstand der Drehachsen der Beine (Länge ℓ_B , Radius R_B) zu den parallelen Achsen durch den Schwerpunkt $a_{B1} = \ell_B/2$, analog

zum Trägheitsmoment der Arme gilt dann

$$I_{B1} = m \left(\frac{R_B^2}{4} + \frac{\ell_B^2}{12} \right) + ma_{B1}^2. \quad (4.9)$$

Bei Puppe 2 ist der Abstand der Symmetrieachsen der Beine von der Drehachse gegeben durch $a_{B2} = R_{T1}$. Es folgt für das Trägheitsmoment

$$I_{B2} = m \frac{R_B^2}{2} + ma_{B2}^2. \quad (4.10)$$

Das Trägheitsmoment I_{Puppe_i} von Puppe i ist dann

$$I_{Puppe_i} = I_K + I_{T1} + I_{T2} + I_{T3} + 2 \cdot I_{Bi} + 2 \cdot I_A, (i = 1, 2). \quad (4.11)$$

Zur Berechnung der Massen der einzelnen Komponenten der Puppe wird zuerst das Gesamtgewicht $m_{\text{Gesamt}} = 135.0\text{g}$ bestimmt. Über die Abmessungen der Puppe wird nun das Volumen der Einzelteile und das Gesamtvolumen $V = 0.00026\text{m}^3$ errechnet um anschließend die Dichte² der Holzpuppe angeben zu können:

$$\rho = \frac{m_{\text{Gesamt}}}{V} = 528.01 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}. \quad (4.12)$$

Die Einzelmassen sind jetzt mit den Teilvolumina und der Dichte des leicht zu ermitteln: $m_i = \rho \cdot V_i$. Auf Fehlerrechnung wird verzichtet, da durch die angenommenen Näherungen schon ein großer systematische Fehler vorliegt. Die verwendete Formel zu Berechnung der Volumina der Zylinder lautet: $V = \pi r^2 h$. Tabelle 5 beinhaltet die berechneten Werte. Für die Trägheitsmomente bekommen wir die dann

$$\begin{aligned} I_{\text{Puppe1}} &= 0.000516 \text{ kgm}^2 \\ I_{\text{Puppe2}} &= 0.000249 \text{ kgm}^2 \end{aligned}$$

In Tabelle 6 sind die einzelnen Messwerte abzulesen. Außerdem der gemittelte Wert der anschließend zur Berechnung der "Zylinder" verwendet wird.

	Bein	Arm	Torso 1	Torso 2	Torso 3	Kopf
$V[\text{m}^3]$	$3.26 \cdot 10^{-5}$	$2.25 \cdot 10^{-5}$	$4.20 \cdot 10^{-5}$	$7.56 \cdot 10^{-6}$	$6.58 \cdot 10^{-5}$	$3.02 \cdot 10^{-5}$
$m[\text{kg}]$	0.0172	0.0119	0.0222	0.0040	0.0347	0.0159

Tabelle 5: Volumina der einzelnen Komponenten der Puppe und deren Massen.

²Der Körper wird hier dann natürlich als homogen angenommen.

	Bein	Arm	Torso 1	Torso 2	Torso 3	Kopf
I_{P1_i} [kgm ²]	0.000136	0.000116	0.0000042	0.0000003	0.0000075	0.0000014
I_{P2_i} [kgm ²]	0.0000022	0.000116	0.0000042	0.0000003	0.0000075	0.0000014

Tabelle 6: Trägheitsmomente der einzelnen Komponenten der Puppe.

Bein		Arm		Kopf	
\emptyset [mm]	ℓ [mm]	\emptyset [mm]	ℓ [mm]	\emptyset [mm]	ℓ [mm]
16.25	153.60	13.65	137.00	20.20	56.00
15.95	153.20	16.10	139.50	25.05	55.30
20.30	155.00	11.60	139.40	30.00	55.80
11.90	156.65	15.50	140.45	31.20	54.15
15.45	152.80	11.60	140.65	31.40	55.80
17.30	154.55	9.65	139.25	30.20	
12.35	152.45	17.20	137.80	28.55	
16.40	154.15	16.85	137.15	26.60	
17.25	152.50	16.56	138.05	23.55	
21.05	153.00	15.10	137.20	16.60	
16.42	153.79	14.38	138.65	26.34	55.41
Torso 1		Torso 2		Torso 3	
\emptyset [mm]	ℓ [mm]	\emptyset [mm]	ℓ [mm]	\emptyset [mm]	ℓ [mm]
38.60	35.00	25.30	13.90	38.05	49.00
41.70	35.25	26.30	15.10	43.70	49.10
36.50	35.05	25.50	14.45	42.30	48.50
39.00	34.85	26.60	13.95	40.35	48.30
39.55	34.85	25.85	14.25	42.65	49.40
39.07	35.00	25.91	14.33	41.41	48.86

Tabelle 7: Abmessungen der Holzpuppe inkl. Mittelwert

5 Diskussion

Die Berechnung des Eigenträgheitsmoments der Versuchsanordnung dient im Regelfall dazu, die daraus resultierende Komponente am Gesamtträgheitsmoment für die zu messenden Körper zu eliminieren. Zu diesem Zweck muss allerdings das über die lineare Regression in Kapitel 4.2 bestimmte Eigenträgheitsmoment noch um das aus

der Stange resultierende Trägheitsmoment bereinigt werden. Es zeigt sich jedoch, dass dieses sich nur mit einem relativen Fehler von über 20% theoretisch berechnen lässt (siehe Kapitel 4.3). Der Fehler auf das Eigentragheitsmoment wächst, da es sich um eine Summe handelt, im Folgenden auf über 350%. Aufgrund dieser Tatsache haben wir auf die Bereinigung verzichtet. Tabelle 7 vergleicht die experimentell bestimmten Werte mit den theoretischen Trägheitsmomenten.

	Stange	Kugel	Zylinder	Puppe 1	Puppe 2
exp. Trägheitsmoment:	0.002602	0.001521	0.000385	0.000496	0.000240
theor. Trägheitsmoment:	0.002780	0.001545	0.000449	0.000516	0.000249
absolute Differenz:	0.000178	0.000024	0.000063	0.000020	0.000009
rel. Differenz zur Theor.:	6.39%	1.55%	14.14%	3.92%	3.44%

Tabelle 8: Vergleich der experimentell ermittelten Werte mit den theoretisch Errechneten.

Alle gemessenen Trägheitsmomente, sowohl für die geometrischen Körper, als auch für die Puppen bestätigen die Theorie weitestgehend. Aus den in Tabelle 7 dargestellten Differenzen lässt sich das Eigentragheitsmoment der Apparatur grob auf 10^{-4}kgm^2 abschätzen. Es ist deutlich zu erkennen, dass die ermittelten Fehler, vor allem auf den Zylinder und die beiden Puppen damit stark abnehmen würden. Es muss auch die Überlegung angestellt werden, ob es sinnvoller gewesen wäre, nicht den Torso weiter zu unterteilen, stattdessen aber die Arme und Beine der Puppe, speziell in der ersten Konfiguration, da diese sich nach aussen stark verjüngen. Die Approximation der einzelnen Puppenglieder als Zylinder, beinhaltet in jedem Fall einen großen systematischen Fehler, so dass wir hier auf eine Fehlerrechnung verzichtet haben. Weitere Fehlerquellen können Inhomogenitäten sein, beispielsweise die Metallachsen in Zylinder und Kugel, die wahrscheinlich einen großen Anteil an der Gesamtmasse haben und so den Theoriewert unberücksichtigt beeinflussen.

6 Literatur & Bildnachweise

Alle Abbildungen aus Abschnitt 2 und 3 sind aus dem Praktikumsskript entnommen. Werte der physikalischen Konstanten aus www.wikipedia.org am 9. Mai 2006

Das Trägheitsmoment starrer Körper (101) Experimentelle Übungen für Physiker
Version vom 9. Mai 2006

<http://berners-lee.physik.uni-dortmund.de/praktikum/AP-Anleitungen/Mechanik/Versuch%20Nr.101.pdf>