

Physikalisches Anfängerpraktikum
Universität Dortmund / Fachbereich Physik

Protokoll zu Versuch 104

Der DOPPLER-Effekt

am 10.01.2006

von

Christophe Cauet und Tobias Brambach

Protokoll vom 17. Januar 2006

1 Einleitung

Wenn Sender und Empfänger von Wellen sich relativ zueinander bewegen, dann kann man eine **Frequenzverschiebung** beobachten. Dieser Effekt wird als **DOPPLER-Effekt** bezeichnet. Dabei muss noch unterschieden werden, ob die Welle sich als **mechanische Welle** in einem Medium ausbreitet oder ob **elektromagnetische Wellen** betrachtet werden. Für den im Folgenden beschriebenen Versuch sind allerdings nur **Schallwellen**, also mechanische Wellen, von Bedeutung.

2 Theorie

2.1 Der DOPPLER-Effekt bei Schallwellen

Bei Wellen, die an ein Medium gebunden sind, müssen wir zwischen einer Bewegung des Senders und einer Bewegung des Empfängers unterscheiden. Bewegt sich der Empfänger mit einer Geschwindigkeit v_E auf den ruhenden Sender zu $v_S = 0$, dann können in gleicher Zeit mehr Schwingungen registriert werden. Im allgemeinen kann man sagen, je höher die Geschwindigkeit des Empfängers, desto höher ist auch die gemessene Schwingungsfrequenz ν_E . Bei einer Grundfrequenz ν_0 der am Sender erzeugten Schwingung mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit c gilt dann

$$\nu_E = \nu_0 \left(1 + \frac{v_E}{c}\right). \quad (2.1)$$

Es folgt für die Frequenzänderung

$$\Delta\nu_E = \nu_0 \frac{v_e}{c}. \quad (2.2)$$

Bei Betrachtung eines mit der Geschwindigkeit v_S bewegten Senders können wir auch davon ausgehen, das zunächst aus einer höheren Geschwindigkeit auch eine höhere Frequenz folgt. Wenn allerdings die Schallgeschwindigkeit c erreicht wird, bedeutet dies, dass praktisch eine unendlich hohe Frequenz erreicht wird, da die Welle sich nicht vom Sender entfernen kann und somit durch **Resonanz** auch die Amplitude erheblich erhöht wird. Das daraus entstehende Phänomen nennt man **Überschall Knall**. Wird v_S nun größer als c , dann muss die Frequenz wieder abnehmen. Der Sender überholt nun die erzeugten Schwingungen woraus mit zunehmender Geschwindigkeit wieder eine erhöhte Wellenlänge folgt. Quantitativ kann dieser Effekt

durch

$$\nu_S = \nu_0 \frac{1}{1 - \frac{v_S}{c}} \quad (2.3)$$

beschrieben werden. Aus einer Potenzreihenentwicklung ist zu erkennen, dass die Beziehung

$$\nu_S > \nu_E > \nu_0 \quad (2.4)$$

gelten muss. Für die im Experiment auftretenden Geschwindigkeiten v_E und v_S , die beide sehr klein gegen die Schallgeschwindigkeit c sind, wird allerdings der Unterschied zwischen (2.1) und (2.3) sehr klein.

2.2 Der DOPPLER-Effekt bei elektromagnetischen Wellen

Bei Experimenten mit elektromagnetischen Wellen kommen häufig **relativistische** Geschwindigkeiten vor. Die Formeln zur Berechnung des DOPPLER-Effekts müssen daher im Rahmen der **speziellen Relativitätstheorie** gültig sein. Mit der Lichtgeschwindigkeit c_0 gilt dann die Beziehung

$$\nu' = \nu_0 \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c_0^2}}}{1 - \frac{v}{c_0}}. \quad (2.5)$$

Dieser Effekt wird ausgenutzt, um zum Beispiel die Bewegung entfernter Galaxien zu beobachten. Bewegen sich leuchtende Objekte relativ zum Beobachter, tritt auch eine Frequenzverschiebung beim beobachteten Licht auf. Bei Galaxien die sich von uns entfernen, ist eine Verschiebung in Richtung rot (längere Wellenlänge) zu erkennen, bei Objekten die sich vom Beobachter entfernen, erscheint das Licht in Richtung blau (kürzere Wellenlänge) verschoben. Auch bei der Untersuchung von angeregten Gasatomen spielt der Effekt eine Rolle, da durch die ungeordnete Bewegung der Teilchen die Spektrallinien verschmiert werden, was die Untersuchung von feinen Spektrallinien unter Umständen erschweren kann.

3 Durchführung

Um die Messungen durchzuführen, müssen zunächst die Versuchsapparaturen geeicht werden. Zum Einen müssen die Frequenzen eines frequenzstabilen Generators ermittelt werden, der die Grundfrequenzen für die Messung des DOPPLER-Effekts liefert. Zum Anderen muss die Geschwindigkeit v des Wagens auf dem die Schallquelle angebracht wird bestimmt werden. Außerdem benötigen wir die Schallgeschwindigkeit im Versuchsraum.

Die eigentliche Messung des DOPPLER-Effekts erfolgt dann mit zwei verschiedenen Methoden, die später noch näher beschrieben werden.

3.1 Bestimmung der Geschwindigkeit des Wagens

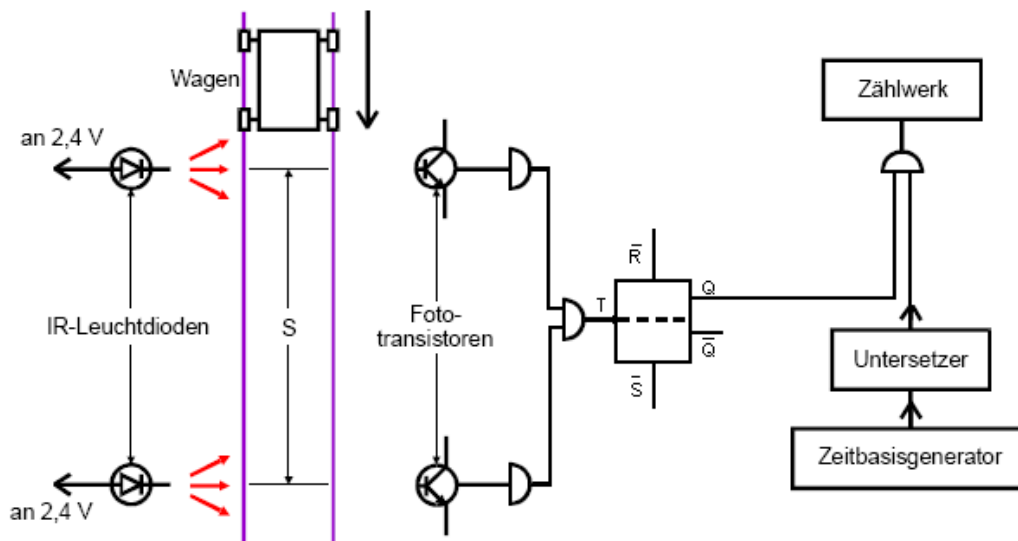


Abbildung 1: Versuchsaufbau zur Messung der Geschwindigkeit v des Wagens

Ein kleiner Wagen wird über einen Seilzug von einem Synchronmotor angetrieben. Es lassen sich mit Hilfe einer Zehngangschaltung verschiedene Geschwindigkeiten einstellen. Im Abstand s sind nun zwei Lichtschranken montiert. Eine daran angeschlossene elektronische Schaltung (Abbildung 1) ermöglicht die Messung der Laufzeit t des Wagens zwischen den beiden Lichtschranken was die Bestimmung von

$$v = s/t \tag{3.1}$$

ermöglicht. Die in Abbildung 1 dargestellte Schaltung funktioniert folgendermaßen: Mithilfe zweier SCHMITT-Trigger werden die an den Phototransistoren anliegenden Spannungen in TTL-kompatible Signale umgewandelt, die von den anderen Ele-

menten der Schaltung verarbeitet werden können. Bei Unterbrechung der ersten Lichtschranke fällt das zugehörige Potential auf L ab und somit auch der Ausgang des AND -Gatters an welches beide Phototransistoren angeschlossen sind. Dadurch ändert sich der Zustand der bistabilen Kippstufe, was zur Folge hat, dass jetzt am Q -Ausgang ein H -Potential anliegt. Jetzt können die Impulse, die von dem quarzgesteuerten Zeitbasisgenerator ausgehen durch das zweite AND -Gatter in das elektronische Zählwerk gelangen. Der Zeitbasisgenerator liefert mit einer Präzision von 10^{-5} Impulse im Abstand von $1 \mu s$ und hat so praktisch die Funktion einer Uhr. Der Untersetzer hat hier lediglich die Funktion eines Umrechners, indem er Anzahl der registrierten Impulse um einen Faktor 10^n verringert.

3.2 Bestimmung der Schallgeschwindigkeit

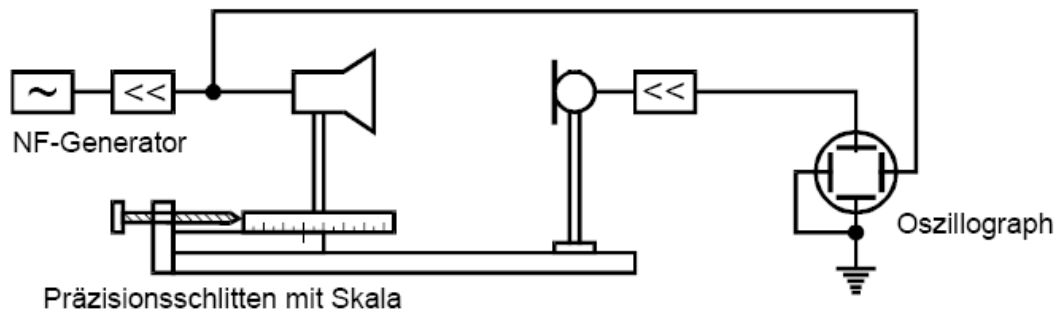


Abbildung 2: Versuchsaufbau zur Messung der Wellenlänge λ

Um die Schallgeschwindigkeit zu bestimmen, macht man sich die sogenannten **LISSAJOUS-Figuren** zunutze. Sie entstehen, wenn man auf einem Oszillographen zwei Schwingungen auf den beiden verschiedenen Achsen abbildet. Bei gleicher Schwingungsfrequenz entarten diese Figuren zu Geraden, wenn die Schwingungen gleichphasig bzw. gegenphasig sind. Um die Messungen durchzuführen wird, wie in Abbildung 2 dargestellt, ein Lautsprecher auf einem Präzisionsschlitten, an dem eine Verschiebung von $10 \mu m$ abgelesen werden kann, befestigt. Der Lautsprecher emittiert nun die vom Frequenzgenerator erzeugte Schwingung, welche dann von einem gegenüberstehenden Mikrofon aufgenommen wird. Es werden dann der Referenzausgang des Generators und die am Mikrofon aufgenommene Schwingung auf den X- bzw. Y-Eingang des Oszilloskops gegeben, und die Verschiebung des Schlittens zwischen zwei der entarteten LISSAJOUS-Figuren gemessen. Dabei entspricht der gemessene Abstand der Wellenlänge λ , wenn die Entfernung zwischen zwei in gleicher Richtung ausgerichteten Geraden gemessen wird. Die Schallgeschwindigkeit c

kann dann aus der Beziehung

$$c = \lambda \cdot \nu \quad (3.2)$$

ermittelt werden.

3.3 Messung der am Generator einstellbaren Frequenzen

Die am Generator erzeugte Sinusschwingung wird über einen Lautsprecher ausgegeben. Zur Messung der Generatorfrequenz wird eine Schaltung, gemäß Abbildung 3 verwendet, welche dann auch zum Nachweis des DOPPLER-Effekts benutzt wird. Die Schaltung soll die Anzahl der Schwingungen in einer bestimmten Zeit zählen. Dazu wird die am Mikrophon abgegriffene Spannung durch einen Signalwandler geschickt, welcher die Sinusschwingung in eine TTL Rechteckschwingung umwandelt. Wie auch in der zuletzt verwendeten Schaltung wird die Messung mit Hilfe der Lichtschranke (Phototransistor) mit dahintergeschaltetem SCHMITT-Trigger über ein Flip-Flop geschaltet. Nachdem die Lichtschranke einmal unterbrochen wurde, liegt also am Ausgang des Flip-Flops ein H -Potential an. Von der bistabilen Kippstufe aus geht dieses Signal auf ein AND-Gatter an dessen anderem Eingang das Rechtecksignal aus dem Signalwandler anliegt. Das dahinter geschaltete Zählwerk, zählt nun die Anzahl der Schwingungen, solange hinter dem Flip-Flop H -Potential anliegt.

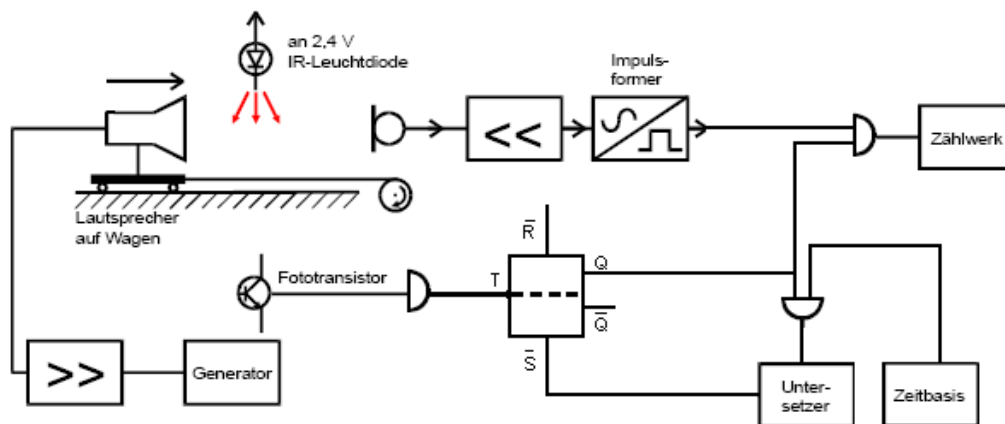


Abbildung 3: Versuchsaufbau zur Frequenzmessung mit Schaltbild für den Frequenzzähler

Von der Kippstufe aus geht noch eine weitere Verbindung auf ein zweites AND-Gatter. Am zweiten Eingang dieses Gatters ist der Zeitbasisgenerator angeschlossen. Solange nun H -Potential am Flip-Flop anliegt laufen die Signale des Zeitbasisgenerators durch das AND-Gatter in den Unter-setzer. Nach 10^n Impulsen wechselt das

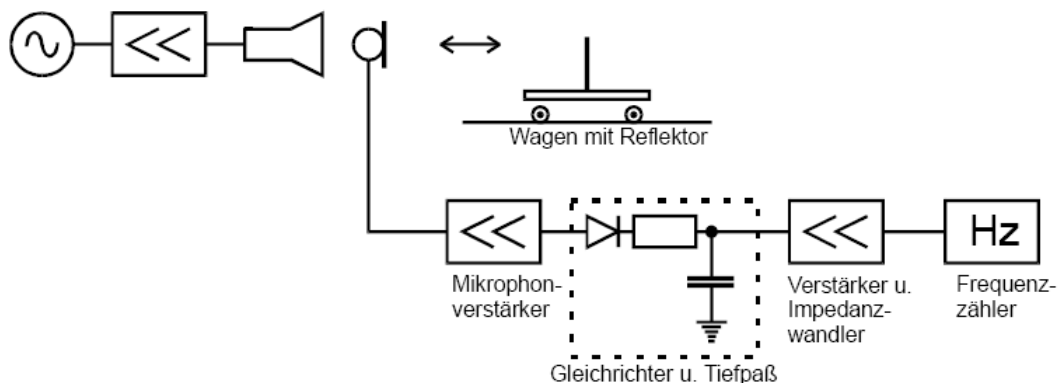
Potential an dessen Ausgang, was das Umschalten der Kippstufe zur Folge hat¹. Die Messung ist damit beendet. Abzulesen ist nun die Anzahl der Schwingungen in der am Untersetzer eingestellten Zeit ($10^6 \hat{=} 1$ s).

3.4 Nachweis des DOPPLER-Effekts durch eine Frequenzmessung

Verwendet wird die im letzten Abschnitt vorgestellte Schaltung. Der Lautsprecher wird nun auf dem Wagen (vgl. Abschnitt 3.1) montiert. Sobald der Wagen die Lichtschranke durchläuft, startet die Messung. Sie endet nach der am Untersetzer eingestellten Zeit.

3.5 Nachweis des DOPPLER-Effekts mit einer Schwebungsmethode

Wenn zwei Schwingungen ähnlicher Frequenz sich überlagern, entsteht eine Schwebung: Die Amplitude der überlagerten Schwingung ändert sich mit der Zeit. Diesen Effekt macht man sich zu Nutze, indem auf dem Wagen nun ein Reflektor montiert wird und der Lautsprecher neben dem Mikrofon fest installiert wird. Bewegt sich nun der Wagen, treffen am Mikrofon sowohl der Schall, der direkt vom Lautsprecher kommt, als auch die reflektierten Schallwellen, die aufgrund der Bewegung eine veränderte Frequenz haben, ein. Die Frequenz der entstehenden Schwebung kann nun gemessen werden, indem, gemäß Abbildung 4, vor die zuletzt verwendete Schaltung noch ein Tiefpass geschaltet wird, der nur die Schwingung der Schwebung durchlässt. Jetzt kann die Frequenz der Schwebung bestimmt werden. Diese entspricht genau dem Frequenzunterschied zwischen den beiden Ausgangsschwingungen. Die Geschwindigkeit für die DOPPLER-Formeln ergibt sich wegen der Näherung für kleine Geschwindigkeiten (2.4) als $2v$.



¹Aus technischen Gründen muss im Experiment zwischen Untersetzer und Kippstufe noch ein NOT-Gatter und eine Monostabile-Kippstufe geschaltet werden.

Abbildung 4: Versuchsaufbau zur Frequenzmessung mit der Schwebungsmethode

4 Auswertung

4.1 Bestimmung der Geschwindigkeit des Messwagens

Der verwendete Messwagen wird durch einen Synchronmotor mit zehn möglichen Getriebestellungen angetrieben. Zur weiteren Versuchsdurchführung ist es zuerst notwendig, die Geschwindigkeit v des Wagens bei allen möglichen Getriebestellungen zu bestimmen. Tabelle 1 zeigt die Geschwindigkeiten für beide Fahrtrichtungen und deren absolute und relative Fehler ($\bar{\sigma}_v$ und r_v) in Abhängigkeit des gewählten Gangs an.

Gang [$\frac{U}{min}$]	\bar{v} [$\frac{m}{s}$]	$\bar{\sigma}_v$ [$\frac{m}{s}$]	r_v [%]
6	0.04986	0.00034	0.68
	-0.04961	0.00034	0.68
12	0.09972	0.00068	0.68
	-0.09934	0.00068	0.68
18	0.1497	0.0010	0.68
	-0.1490	0.0010	0.70
24	0.1990	0.0014	0.68
	-0.1982	0.0014	0.68
30	0.2500	0.0017	0.70
	-0.2482	0.0017	0.69
36	0.2987	0.0021	0.71
	-0.2973	0.0020	0.69
42	0.3491	0.0024	0.70
	-0.3474	0.0025	0.71
48	0.3975	0.0027	0.69
	-0.3953	0.0030	0.75
54	0.4480	0.0031	0.70
	-0.4434	0.0031	0.69
60	0.4953	0.0034	0.68
	-0.4940	0.0036	0.73

Tabelle 1: Geschwindigkeit v des Messwagens bei verschiedenen Getriebestellungen

Zur Bestimmung der Geschwindigkeit wird die einfache Formel $v = \frac{s}{t}$ herangezogen. Der Weg s lässt sich incl. einem geschätzten Ablesefehler mit $s = (0.44 \pm 0.003)$ m angeben. Die Fahrtzeit t wurde pro Gang und Fahrtrichtung mit jeweils drei ($n = 3$) Einzelmessungen t_i bestimmt. Der Mittelwert \bar{t} wird dementsprechend berechnet mit

$$\bar{t} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i \quad (4.1)$$

und es kann sowohl der absolute Fehler

$$\bar{\sigma}_t = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (t_i - \bar{t})^2}, \quad (4.2)$$

als auch der relative Fehler $r_t = \frac{\bar{\sigma}_t}{\bar{t}}$ bestimmt werden. Der im Endeffekt resultierende Fehler auf die Geschwindigkeit wird über eine GAUSS'sche Fehlerfortpflanzung ermittelt:

$$r_v = \sqrt{r_s^2 + r_t^2} \quad (4.3)$$

Die Tabelle mit den zugrundeliegenden Messwerten befindet sich aufgrund ihres Umfangs im Anhang des Protokolls.

4.2 Frequenzbestimmung ν_0 von $F1$ - $F7$

Es sollen jetzt die sieben einstellbaren Frequenzen $F1$ bis $F7$ nach dem oben beschriebenen Verfahren bestimmt werden. Tabelle 2 zeigt die aus jeweils zehn Einzelmessungen gewonnenen Frequenzen ν_0 sowie die wiederum nach Formel (4.1) und (4.2) berechneten Fehler $\bar{\sigma}_{\nu_0}$ und r_{ν_0} .

	$\bar{\nu}_0$ [$\frac{1}{s}$]	$\bar{\sigma}_{\nu_0}$ [$\frac{1}{s}$]	r_{ν_0} [%]
$F1$	21702.00	—	—
$F2$	20742.10	0.43	0.0021
$F3$	20165.40	0.16	0.00081
$F4$	19590.10	0.35	0.0018
$F5$	19597.40	0.16	0.00083
$F6$	19205.40	0.16	0.00085
$F7$	19013.20	0.13	0.00070

Tabelle 2: Frequenz ν_0 von $F1$ bis $F7$ und Fehler

Eine Tabelle der vollständigen Messwerte befindet sich ebenfalls im Anhang. Es ist noch zu erwähnen, dass die angegebene Genauigkeit von $\bar{\nu}_0$ auf die Anzeigegenauigkeit des Impulszählers beschränkt ist. Dieser lässt sich in der genutzten Konfiguration nur auf ganze *Hertz* ablesen. Die Dezimalstellen resultieren ausschließlich aus der statistischen Betrachtung. Es ist jedoch offensichtlich, dass der Fehler auf die Frequenz vernachlässigbar² klein ist, und im Folgenden nicht weiter mitberücksichtigt werden muss.

4.3 Bestimmung der Wellenlänge λ von $F1$ bis $F7$

	Wellenlänge $\bar{\lambda}$ [mm]	$\bar{\sigma}_\lambda$ [mm]	r_λ [%]
$F1$	16.92	0.020	0.12
$F2$	17.080	0.030	0.18
$F3$	17.300	0.080	0.46
$F4$	17.840	0.080	0.45
$F5$	17.885	0.035	0.20
$F6$	17.900	0.060	0.34
$F7$	18.211	0.019	0.10

Tabelle 3: Wellenlänge λ von $F1$ bis $F7$ und Fehler

Bis auf die Bestimmung von $F7$, die mit zehn Wertepaaren erfolgte, wurden jeweils zwei Wertepaare gemessen und der Mittelwert $\bar{\lambda}$ wie schon im Vorfeld mit den Formeln (4.1) und (4.2) bestimmt.

4.4 Ermittlung der Schallgeschwindigkeit c

Tabelle 4 zeigt die aus der Formel $c = \nu\lambda$ berechneten Schallgeschwindigkeiten für $F1$ - $F7$ in Luft bei Raumtemperatur. Es wird der relative Fehler der Wellenlänge r_λ aus Eingang erwähnten Gründen ebenfalls für die Schallgeschwindigkeit angenommen und der absolute Fehler nach $\bar{\sigma}_c = c \cdot r_c$ berechnet.

²Der Fehler auf die Frequenz fließt anschließend nur in die Bestimmung der Schallgeschwindigkeit über eine GAUSS'sche Fehlerfortpflanzung ein, kommt dort jedoch nur in quadratischen Termen vor und wird dementsprechend noch kleiner gegenüber dem Fehler auf die Wellenlänge.

	Schallgeschwindigkeit \bar{c} [$\frac{\text{m}}{\text{s}}$]	$\bar{\sigma}_c$ [$\frac{\text{m}}{\text{s}}$]	r_c [%]
<i>F1</i>	367.20	0.43	0.12
<i>F2</i>	354.28	0.62	0.18
<i>F3</i>	348.86	1.61	0.46
<i>F4</i>	349.49	1.57	0.45
<i>F5</i>	350.50	0.69	0.20
<i>F6</i>	343.78	1.15	0.34
<i>F7</i>	346.25	0.35	0.10

Tabelle 4: Schallgeschwindigkeit c von $F1$ bis $F7$ und Fehler

Im Weiteren beschränken wir uns bei allen Untersuchungen auf die $F3$ zugehörigen Messwerte zu Frequenz, Wellenlänge und DOPPLER-Effekten. Die Auswahl erfolgt willkürlich. Lediglich die Schallgeschwindigkeit sollte unabhängig von der Frequenz der akustischen Welle sein. Aufgrund der großen Abweichung des Wertes für $F1$ soll das folgende gewichtete Mittel nur über die Werte für $F2$ bis $F7$ gebildet werden:

$$c = \frac{\sum_{i=1}^n w_i \cdot c_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (4.4)$$

mit den Gewichten $w_i = \frac{1}{\sigma_{c_i}^2}$ und einem absoluten Fehler von:

$$\sigma_c = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^n w_i}}. \quad (4.5)$$

Die Schallgeschwindigkeit lässt sich also auf

$$\begin{aligned} c &= (348.38 \pm 3.77) \text{ m/s} \\ &= 348.38(1 \pm 0.011) \text{ m/s} \end{aligned}$$

bestimmen.

Eine relevante Differenz zwischen ν_S und ν_E ist nicht gegeben. Schaut man sich die Potenzreihenentwicklung von (2.3) an, so werden bereits die quadratischen Terme vernachlässigbar klein und es muss generell keine Unterscheidung zwischen (2.1) und (2.3) gemacht werden. Die zu bestimmende Kenngröße $\kappa = \frac{\nu_0}{c} = \frac{1}{\lambda}$ lässt sich für $F3$ jetzt einfach bestimmen. Der relative Fehler ist identisch ($r_\kappa = r_\lambda$) und lässt

ebenfalls die problemlose Bestimmung des absoluten Fehlers zu.

$$\begin{aligned}\kappa &= (57.80 \pm 0.27) \text{ m}^{-1} \\ &= 57.80(1 \pm 0,0046) \text{ m}^{-1}\end{aligned}$$

4.5 Messung des DOPPLER-Effekts I (Direkte Messung)

Es soll nun der DOPPLER-Effekt bei ruhendem Empfänger und bewegter Quelle untersucht werden. Tabelle 5 enthält die gemessene Frequenzdifferenz $\Delta\nu_S$ in Abhängigkeit zur Geschwindigkeit v der Quelle.

Gang [$\frac{U}{min}$]	v [$\frac{m}{s}$]	$\Delta\nu_S$ [$\frac{1}{s}$]
6	-0,49	-29,07
12	-0,44	-26,40
18	-0,40	-23,40
24	-0,35	-20,40
30	-0,30	-17,07
36	-0,25	-14,40
42	-0,20	-11,40
48	-0,15	-8,40
54	-0,10	-6,07
60	-0,05	-2,40
60	0,05	2,60
54	0,10	5,60
48	0,15	8,93
42	0,20	11,60
36	0,25	14,60
30	0,30	17,60
24	0,35	20,27
18	0,40	23,60
12	0,45	25,93
6	0,50	29,60

Tabelle 5: **DOPPLER-Effekt I**: bewegte Quelle; ruhender Empfänger; F3

Abbildung 5 zeigt $\Delta\nu_S$ gegen v aufgetragen, die Ausgleichsgerade mit dem Proportionalitätsfaktor κ_S sowie die theoretisch vorhergesagten Werte für den DOPPLER-

Effekt. Die Regressionsrechnung wurde mit *Origin 7* durchgeführt und liefert für κ_S :

$$\begin{aligned}\kappa_S &= (58.56 \pm 0.24) \text{ m}^{-1} \\ &= 58.56(1 \pm 0,0041) \text{ m}^{-1}\end{aligned}$$

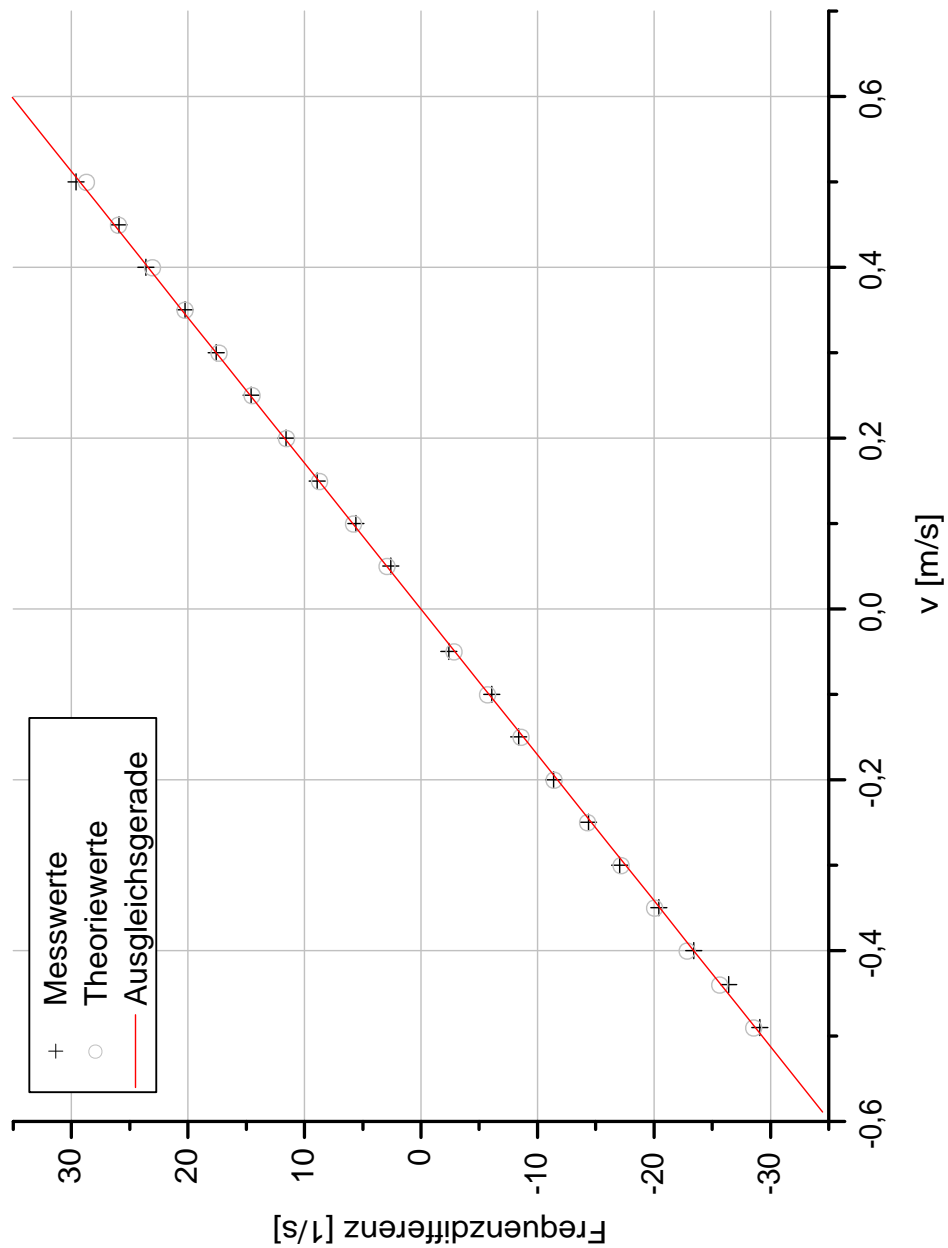


Abbildung 5: **DOPPLER-Effekt I**: bewegte Quelle; ruhender Empfänger; F_3 ; Fehlerbalken klein gegen die Messpunkte

Da weder die Raumtemperatur noch andere Faktoren bekannt sind, wird zur Berechnung der Theoriewerte, anhand der Formeln (2.1) und (2.3), auf die gemittelte und gewichtete Schallgeschwindigkeit aus dem vorherigen Abschnitt zurückgegriffen.

4.6 Messung des DOPPLER-Effekts II (Schwebungsmethode)

Weiterhin soll der DOPPLER-Effekt mit Hilfe der Schwebungsmethode untersucht werden. Tabelle 6 enthält die gemessene Frequenzdifferenz $\Delta\nu_E$ in Abhängigkeit zur Geschwindigkeit v des Wagens.

Gang [$\frac{U}{min}$]	v [$\frac{m}{s}$]	$\Delta\nu_E$ [$\frac{1}{s}$]
6	-0,49	-59,00
12	-0,44	-53,00
18	-0,40	-47,00
24	-0,35	-41,00
30	-0,30	-36,00
36	-0,25	-30,00
42	-0,20	-24,00
48	-0,15	-18,00
54	-0,10	-12,00
60	-0,05	-6,67
60	0,05	7,00
54	0,10	12,00
48	0,15	18,00
42	0,20	24,00
36	0,25	35,00
30	0,30	30,00
24	0,35	41,00
18	0,40	46,67
12	0,45	53,00
6	0,50	58,00

Tabelle 6: **DOPPLER-Effekt II**: Schwebungsmethode; $F3$

Bei dieser Messung ist zu bemerken, dass sich der auf dem Wagen befindliche Sender in Bezug auf den Empfänger mit der Geschwindigkeit $2v$ bewegt. In Abbildung 6 wird die Frequenzverschiebung $\Delta\nu_E$ dementsprechend nicht gegen die Geschwindigkeit v

des Wagens, sondern gegen die relative Geschwindigkeit $v_{rel} = 2 \cdot v$ aufgetragen. Die Regressionsrechnung liefert für κ_E :

$$\begin{aligned}\kappa_E &= (59.04 \pm 0.18) \text{ m}^{-1} \\ &= 59.04(1 \pm 0,0031) \text{ m}^{-1}\end{aligned}$$

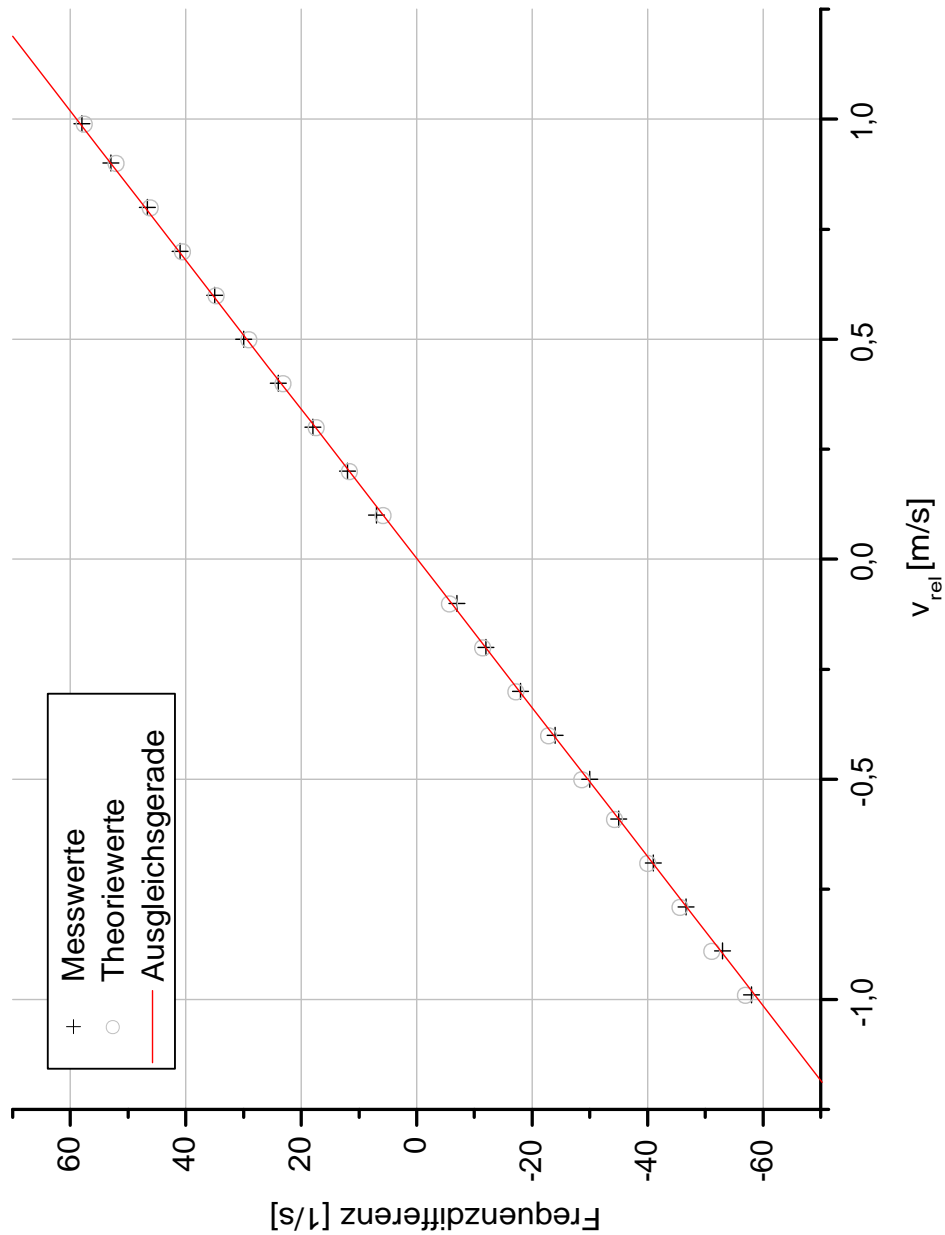


Abbildung 6: **DOPPLER-Effekt II**: Schwebungsmethode; $F3$;
Fehlerbalken klein gegen die Messpunkte

4.7 STUDENT'scher t-Test

Ein Hypothesentest soll jetzt noch Aufschluss darüber geben, inwiefern die Ergebnisse aus der Wellenlängenmessung mit denen aus der Messung zum DOPPLER-Effekt übereinstimmen. Die Größe t gibt hier über einen Vergleich mit der Literatur die Wahrscheinlichkeit für einen systematischen Fehler an

$$t := \frac{x_a - x_b}{s_D} \quad (4.6)$$

mit

$$s_D^2 = \frac{s_a^2(n_a - 1) + s_b^2(n_b - 1)}{n_a + n_b - 2} \cdot \frac{n_a + n_b}{n_a n_b} \quad (4.7)$$

Die Größen x_a und x_b geben jeweils den Mittelwert der beiden Messreihen A und B an, s_a und s_b die entsprechenden Fehler. Die Anzahl der vorgenommenen Einzelmessungen fließt durch n_a und n_b in die Berechnung mit ein.

Vergleich: Wellenlängenmessung und Direkte Frequenzmessung

$$x_a = 57.80 \text{ m}^{-1}$$
$$x_b = 58.56 \text{ m}^{-1}$$

Mit $s_a = 0.27 \text{ m}^{-1}$, $s_b = 0.24 \text{ m}^{-1}$ und $n_a = 2$ bzw. $n_b = 20$. Bei einer geforderten Signifikanz von 0.001 und einem Freiheitsgrad von $v = n_a + n_b - 2 = 20$ ergibt sich:

$$s_D = 0.180 \text{ m}^{-1}$$
$$t = 4.214$$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 99.9% liegt ein systematischer Fehler vor.

Vergleich: Wellenlängenmessung und Schwebungsmessung

$$x_a = 57.80 \text{ m}^{-1}$$
$$x_b = 59.04 \text{ m}^{-1}$$

Mit $s_a = 0.27 \text{ m}^{-1}$, $s_b = 0.18 \text{ m}^{-1}$ und $n_a = 2$ bzw. $n_b = 20$. Bei einer geforderten Signifikanz von 0.001 und einem Freiheitsgrad von $v = n_a + n_b - 2 = 20$ ergibt sich:

$$s_D = 0.138 \text{ m}^{-1}$$
$$t = 9.001$$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 99.9 % liegt ein systematischer Fehler vor.

Vergleich: Direkte Frequenzmessung und Schwebungsmessung

$$x_a = 58.56 \text{ m}^{-1}$$
$$x_b = 59.04 \text{ m}^{-1}$$

Mit $s_a = 0.24 \text{ m}^{-1}$, $s_b = 0.18 \text{ m}^{-1}$ und $n_a = 20$ bzw. $n_b = 20$. Bei einer geforderten Signifikanz von 0.001 und einem Freiheitsgrad von $v = n_a + n_b - 2 = 38$ ergibt sich:

$$s_D = 0.0067 \text{ m}^{-1}$$
$$t = 7.138$$

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 99.9 % liegt ein systematischer Fehler vor.

5 Diskussion

Die Bestimmung der Geschwindigkeit des Wagens gelingt mit kleinen Fehlern, wobei die größte Fehlerquelle, die sehr unpräzise Bestimmung der Strecke zwischen den Lichtschranken des Systems ist. Eine genauere Messmethode würde den Fehler hier noch weiter absenken. Frequenzen lassen sich über den ganzen Versuch betrachtet sehr genau bestimmen. Mit Fehlern im 0,005 % Bereich ist es legitim diese zu vernachlässigen. Die Ermittlung der Wellenlänge kann ebenfalls mit relativ kleinen Fehlern realisiert werden, wobei hier die etwas „abgenutzte“ Millimeterschraube, als auch die nur grob abzulesenen Lissajous-Figuren als Fehlerquellen zu nennen sind. Die abschließenden Messungen zum DOPPLER-Effekt sind also beide in erster Linie durch die Ungenauigkeit der Messungen der Geschwindigkeit beeinflusst. Es zeigt sich jedoch im direkten Vergleich mit der Theorie (Abbildungen 5 und 6) eine gute, bis sehr gute Übereinstimmung der Messwerte. Die durch die drei verschiedenen Methoden bestimmten κ stimmen in guter Näherung überein. Der STUDENT'sche t-Test macht deutlich, dass die noch vorhandenen Abweichungen der κ untereinander nicht mehr statistischer Natur sind, sondern auf systematischen Fehlern beruhen.

6 Literatur & Bildnachweise

Abbildungen 2 & 4 sind aus dem Praktikumsskript entnommen.

Abbildungen 1 & 3 sind ebenfalls aus dem Praktikumsskript entnommen, jedoch um die verwendeten elektrischen Schaltungen ergänzt.

Der Doppler-Effekt (104) Experimentelle Übungen für Physiker

Version vom 17. Januar 2006

<http://berniers-lee.physik.uni-dortmund.de/praktikum/>

AP-Anleitungen/Mechanik/Versuch\%20Nr.104.pdf