

Physikalisches Anfängerpraktikum
Universität Dortmund / Fachbereich Physik

Protokoll zu Versuch 302
Elektrische Brückenschaltungen
am 15.11.2005

von

Christophe Cauet und Tobias Brambach
Protokoll vom 21. November 2005

1 Einleitung

Mit Brückenschaltungen kann die Auflösung einer Messung erhöht werden. Insbesondere mit den **abgeglichenen Brücken**, die im folgenden Experiment benutzt werden, ist dies möglich.

Mit diesen Schaltungen lassen sich alle möglichen elektrischen Widerstände messen. Somit zum Beispiel auch die Temperatur oder die Längenänderung eines elektrisch leitenden Körpers.

Im Folgenden werden einige Brückenschaltungen vorgestellt und verschiedene OHM'sche oder reine induktive bzw. kapazitive Widerstände vermessen.

2 Theorie

2.1 Eine allgemeine Brückenschaltung

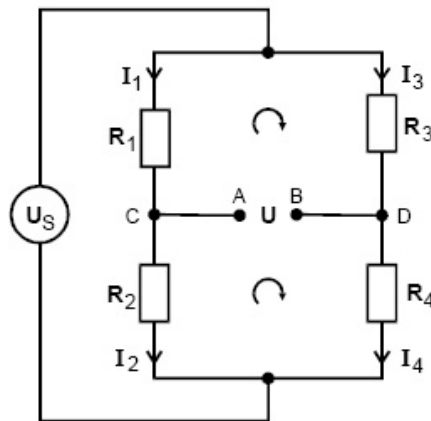


Abbildung 1: Schaltbild einer einfachen Brückenschaltung

Elektrische Brückenschaltungen haben Grundsätzlich die Gestalt, wie sie in Abbildung 1 zu sehen ist. In solchen Schaltungen wird die Potentialdifferenz zwischen zwei Punkten auf getrennten Stromdurchflossenen Leitern bestimmt. Diese ist jeweils abhängig von den Widerstandsverhältnissen. Dabei bezeichnet man die zwischen den Punkten A und B anliegende Spannung als **Brückenspannung**. Sie ergibt sich aus den **KIRCHHOFF'schen Gesetzen**:

1. An einer Verzweigung von Leitern (Abbildung 2) ist die Summe der zufließenden Ströme $I > 0$ gleich der Summe der abfließenden Ströme $I < 0$

$$\sum_k I_k = 0 \quad (2.1)$$

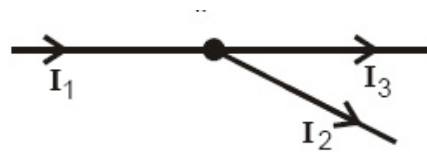


Abbildung 2: Skizze zur Darstellung des 1. KIRCHHOFF'schen Gesetzes

2. In jeder Masche¹ ist die Summe der elektromotorischen Kräfte gleich der Produkte aus Stromstärken und Widerständen (Abbildung 3).

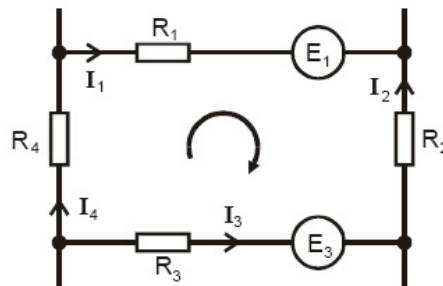


Abbildung 3: Skizze zur Darstellung des 2. KIRCHHOFF'schen Gesetzes

$$\sum_k \mathcal{E}_k = \sum_k I_k R_k. \quad (2.2)$$

Dabei ist $I_k R_k$ positiv, falls der Strom im Uhrzeigersinn läuft, ansonsten negativ. Zurück zur Brückenschaltung aus Abbildung 1. Zwischen den Punkten A und B fließt kein Strom. Wendet man nun (2.1) auf die Verzweigungspunkte C und D an, so ergibt sich

$$I_1 = I_2 \quad (2.3)$$

$$I_3 = I_4 \quad (2.4)$$

Aus dem 2. KIRCHHOFF'schen Gesetz (2.1) erhalten wir dann

$$U = -R_1 I_1 + R_3 I_3 \quad (2.5)$$

$$-U = -R_2 I_2 + R_4 I_4. \quad (2.6)$$

Daraus lässt sich nun einfach die Beziehung

$$U = \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{R_3 + R_4} I_1 \quad (2.7)$$

¹Als Masche wird ein beliebiger, aus einem Leiternetzwerk herausgegriffener, geschlossener Stromkreis bezeichnet.

ableiten. Da sich die Speisespannung U_S auch durch

$$U_S = I_1(R_1 + R_2) \quad (2.8)$$

ausdrücken lässt, können wir obige Beziehung schreiben als

$$U = \frac{R_2 R_3 - R_1 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}. \quad (2.9)$$

Offensichtlich verschwindet die Brückenspannung also, wenn

$$R_1 R_4 = R_2 R_3 \quad (2.10)$$

ist. Man spricht dann von einer **abgeglichenen Brücke**. Wir können jetzt also einen unbekanntem Widerstand durch Variation der anderen drei (bekannten) Widerstände bestimmen.

2.2 Komplexe Widerstände

Wenn in Brückenschaltungen komplexe Widerstände Z (Kapazitäten/Induktivitäten) verbaut werden, wird die Berechnung ein wenig komplizierter. Allgemein gilt für solche Widerstände, dass sie aus einem Blindwiderstand $Z_B = \Im(Z)$ und einem Wirkwiderstand $Z_W = \Re(Z)$ bestehen.

$$\Rightarrow Z = Z_W + iZ_B \quad (2.11)$$

Z ist für Kapazitäten $Z_C = -i/\omega c$, für Induktivitäten $Z_L = i\omega L$ und für OHM'sche Widerstände einfach $Z_R = R$. Dabei folgt $\omega = f/2\pi$ aus der Frequenz des elektrischen Wechselstroms. Die Abgleichbedingung (2.10) für eine Brückenschaltung wie in Abbildung 1 ist damit

$$Z_1 Z_4 = Z_2 Z_3. \quad (2.12)$$

Die komplexen Widerstände müssen aber in Real- und Imaginärteil übereinstimmen. Es müssen also beide Bedingungen

$$Z_{W1} Z_{W4} - Z_{B1} Z_{B4} = Z_{W2} Z_{W3} - Z_{B2} Z_{B3} \quad (2.13)$$

$$Z_{W1} Z_{B4} + Z_{W1} Z_{B4} = Z_{W2} Z_{B3} + Z_{B2} Z_{W3} \quad (2.14)$$

erfüllt sein. Die Brückenspannung muss nämlich nach Betrag und Phase verschwinden. Dies ist nur durch zwei voneinander unabhängige Stellglieder zu erreichen.

2.3 Die WHEATSTONE'sche Brücke

Die WHEATSTONE'sche Brücke (Abbildung 4) entspricht am ehesten der allgemeinen Brückenschaltung. Die Widerstände R_3 und R_4 werden als Potentiometer in die Schaltung integriert.

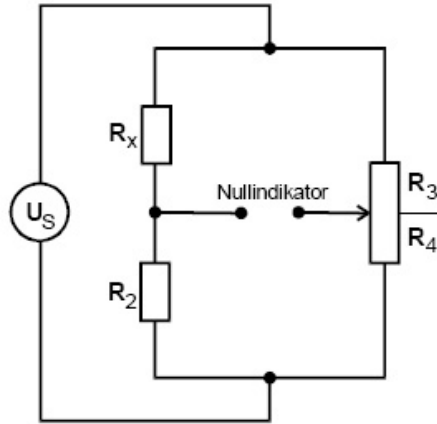


Abbildung 4: Schaltbild einer WHEATSTONE'schen Brücke für OHM'sche Widerstände

Aus der Abgleichbedingung (2.10) folgt dann

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4}. \quad (2.15)$$

Mit der gleichen Schaltung können nun auch Kapazitäten und Induktivitäten ausgemessen werden. Man schaltet dazu noch eine zusätzliche feste Kapazität/Induktivität in Reihe und in der gleichen Masche mit R_2 . Für die Kapazität/Induktivität die gemessen werden soll führt man die Ersatzschaltbilder aus den Abbildungen 5 und 6 ein, da auch diese in der Realität zumindest einen kleinen OHM'schen Widerstand haben.

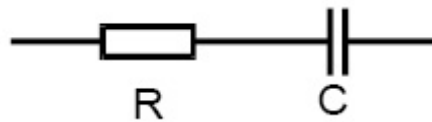


Abbildung 5: Ersatzschaltbild eines realen Kondensators



Abbildung 6: Ersatzschaltbild einer realen Induktivität

Die Schaltungen sind in den Abbildungen 7 und 8 dargestellt.

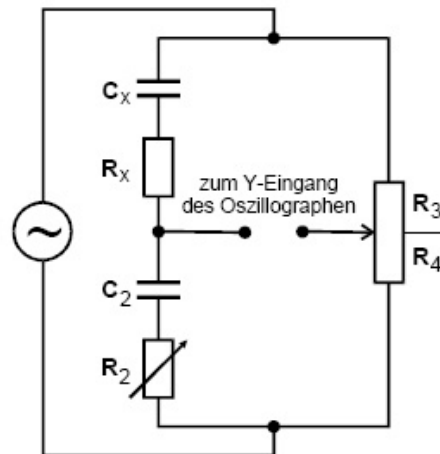


Abbildung 7: Schaltbild einer WHEATSTONE'schen Kapazitätsmessbrücke

Für die Kapazitätsmessbrücke sind die Blindwiderstände durch

$$Z_{B1} = -\frac{1}{\omega C_x}, Z_{B2} = -\frac{1}{\omega C_2}, Z_{B3} = Z_{B4} = 0 \quad (2.16)$$

gegeben. Den unbekanntem Widerstand R_x und die Kapazität C_x erhalten wir dann mit (2.13) und (2.14) aus

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4} \quad (2.17)$$

$$C_x = C_2 \frac{R_4}{R_3} \quad (2.18)$$

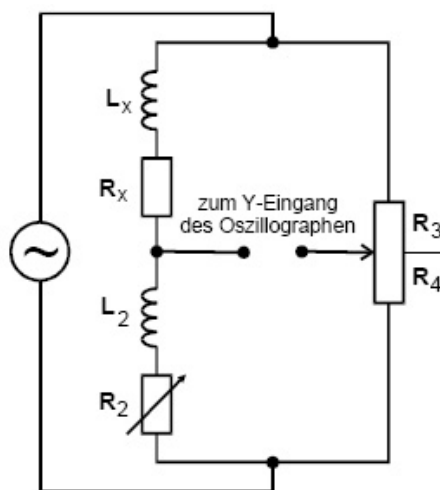


Abbildung 8: Schaltbild einer WHEATSTONE'schen Induktivitätsmessbrücke

Die Blindwiderstandsanteile in der Induktivitätsmessbrücke sind

$$Z_{B1} = \omega L_x; Z_{B2} = \omega L_2; Z_{B3} = Z_{B4} = 0. \quad (2.19)$$

Das bedeutet mit (2.13) und (2.14)

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4} \quad (2.20)$$

$$L_x = L_2 \frac{R_3}{R_4}. \quad (2.21)$$

2.4 Die MAXWELL-Brücke

Abbildung 9 zeigt den Aufbau einer MAXWELL-Brücke. R_3 und R_4 sind Regelwiderstände. Um genaue Messungen erzielen zu können, sollte C_4 eine Kapazität mit möglichst geringem OHM'schen Widerstand sein und R_2 eine enge Toleranz haben.

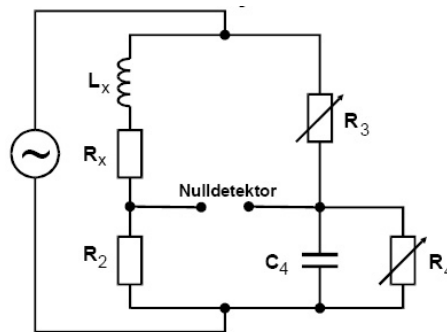


Abbildung 9: Schaltbild einer MAXWELL-Brücke

Die komplexen Widerstände Z_1 und Z_4 lassen sich nun schreiben als

$$Z_1 = R_x + i\omega L_x \quad (2.22)$$

$$Z_4 = \frac{R_4 - i\omega C_4 R_4^2}{1 + \omega^2 C_4^2 R_4^2}. \quad (2.23)$$

Nach kurzer Rechnung liefern uns (2.13) und (2.14) die Beziehungen

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_4} \quad (2.24)$$

$$L_x = R_2 R_3 C_4. \quad (2.25)$$

2.5 Die WIEN-ROBINSON-Brücke

Im Gegensatz zu den bisher erwähnten Brückenschaltungen wird die WIEN-ROBINSON-Brücke (Abbildung 10) nicht über regelbare Widerstände abgeglichen sondern über die Frequenz des Wechselstroms.

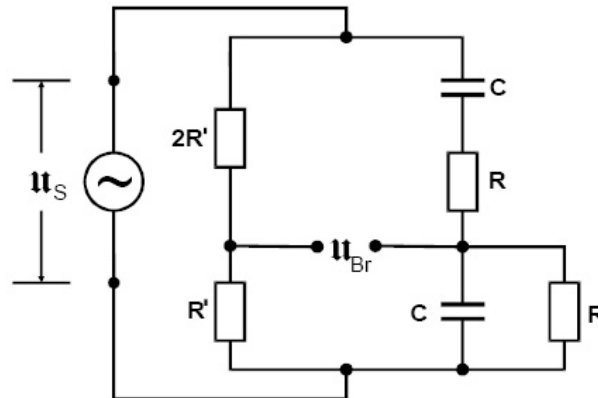


Abbildung 10: Schaltbild einer WIEN-ROBINSON-Brücke

Es versteht sich von selbst, dass die verwendeten Kapazitäten geringe Verluste und die OHMSchen Widerstände geringe Toleranzen besitzen sollten um genaue Messergebnisse zu erhalten. Die komplexen Widerstände in der WIEN-ROBINSON-Brücke sehen wie folgt aus

$$Z_1 = 2R' \quad (2.26)$$

$$Z_2 = R' \quad (2.27)$$

$$Z_3 = R + \frac{1}{i\omega C} = \frac{i\omega CR + 1}{i\omega C} \quad (2.28)$$

$$Z_4 = \frac{R}{1 + i\omega RC} \quad (2.29)$$

Aus dem 2. KIRCHHOFF'schen Gesetz (2.2) können wir ein Verhältnis zwischen Speisespannung U_S und Brückenspannung U_{Br} aufstellen. Für das Betragsquadrat dieses Verhältnisses erhalten wir

$$\left| \frac{U_{Br}}{U_S} \right|^2 = \frac{(\omega^2 R^2 C^2 - 1)^2}{9 [(1 - \omega^2 R^2 C^2)^2 + 9\omega^2 R^2 C^2]}. \quad (2.30)$$

Die Brückenspannung verschwindet also genau dann, wenn

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{RC} \quad (2.31)$$

ist. Zur Vereinfachung führen wir die normierte Frequenz $\Omega := \frac{\omega}{\omega_0}$ ein. (2.30) kann dann als

$$\left| \frac{U_{Br}}{U_S} \right|^2 = \frac{1}{9} \frac{(\Omega^2 - 1)^2}{(1 - \Omega^2)^2 + 9 \cdot \Omega^2} \quad (2.32)$$

geschrieben werden. In der WIEN-ROBINSON-Brücke wird also aus einem Frequenzspektrum die Frequenz aus (2.31) entfernt und Frequenzen ähnlichen Betrages abgeschwächt.

3 Versuchsaufbau

Der Aufbau der einzelnen Versuche ergibt sich aus den Schaltskizzen aus Kapitel 2. Es werden ausschließlich verlustarme Induktivitäten und Kapazitäten eingesetzt oder vermessen. In allen Versuchen wird mit Wechselstrom gearbeitet. Um bei den Messungen an den WHEATSTONE'schen Brücken und an der MAXWELL-Brücke Streukapazitäten oder zu lange Einschwingzeiten der Stromkreise zu vermeiden wird eine Frequenz von 5000 Hz für die Induktivitätsmessungen und 500 Hz für die anderen Messungen benutzt. Der Nullabgleich wird hier mit Hilfe eines Oszilloskops vorgenommen, vor welches ein Tiefpass geschaltet wird um hochfrequente Störungen herauszufiltern.

Für die Messungen an der WIEN-ROBINSON-Brücke werden zwei Breitband-Multivoltmeter benutzt. Aus praktischen Gründen wird hier die Speisespannung U_S konstant bei $U_S = 1 \text{ V}$ gehalten. (Spannungsverhältnis in (2.32))

4 Auswertung

4.1 Widerstandsbestimmung über eine WHEATSTONE'sche Brücke

Der erste Teil des Praktikumversuchs besteht in der Bestimmung von zwei Widerständen *Wert 10* und *Wert 13* unbekannter Größe. Wir verwenden hierfür die in der Theorie (siehe Abbildung 4) beschriebene Messbrücke. Die Abgleichbedingung für diese Anordnung (2.15) benötigt zur Berechnung des gesuchten Widerstandes (R_X), zusätzlich Werte der verwendeten Referenzbauteile (R_2, R_3, R_4). Das verwendete Potentiometer (P_1) besitzt $1 \text{ k}\Omega$ Gesamtwiderstand und 1003 Skalenteile. Zur Bestimmung eines

Messfehler variieren wir R_2 . Die Werte lassen sich dann berechnen (R_2 jeweils fest):

$$R_3 = \frac{1000 \Omega}{1003} \cdot \text{Skalenteile}$$

$$R_4 = 1000 \Omega - R_3$$

$$R_X = R_2 \cdot \frac{R_3}{R_4}$$

R_2 [Ohm]	R_3 [Ohm]	R_4 [Ohm]	R_{10} [Ohm]
664	411.76471	588.23529	464.80000
1000	322.03390	677.96610	475.00000
332	588.23529	411.76471	474.28571

Tabelle 1: Messwerte für Wert 10

R_2 [Ohm]	R_3 [Ohm]	R_4 [Ohm]	R_{13} [Ohm]
332	650.04985	349.95015	616.70655
664	481.55533	518.44467	616.75385
1000	381.85444	618.14556	617.74194

Tabelle 2: Messwerte für Wert 13

Der Mittelwert aus n Einzelmessungen x_i errechnet sich jetzt nach:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (4.1)$$

Wir bekommen also

$$\bar{x}_{10} = 471.36190 \Omega$$

$$\bar{x}_{13} = 617.06744 \Omega$$

Der mittlere Fehler des Mittelwertes:

$$\bar{\sigma}_n = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}} \quad (4.2)$$

gibt den Fehler dieser Näherung an. Jetzt können wir den Widerstand bis auf einen statistischen Fehler zu $R_{10}^{stat} = (471.4 \pm 3.3) \Omega$ und $R_{13}^{stat} = (617.07 \pm 0.34) \Omega$ bestimmen.

Der relative Fehler

$$r = \frac{\bar{\sigma}_n}{\bar{x}} \quad (4.3)$$

der gemessenen Größe beträgt: $r_{10}^{stat} = 0.70\%$ bzw. $r_{13}^{stat} = 0.055\%$. Ebenfalls wollen wir den Fehler nach GAUSS berechnen und eine Fehlerfortpflanzung durchführen. Formel (4.4) zeigt die Rechnung.

$$a = x^m y^n$$
$$r_a = \sqrt{m^2 r_x^2 + n^2 r_y^2} \quad (4.4)$$

Laut Versuchsbeschreibung ist auf die Referenzbauteile ein relativer Fehler von $\pm 0.2\%$ und auf den Quotienten aus $\frac{R_3}{R_4}$ ein relativer Fehler von $\pm 0.5\%$ anzunehmen. Die GAUSS'sche Fehlerfortpflanzung (4.4) liefert uns konkret den Wert:

$$r_{R_{10,13}} = \sqrt{r_{R_2}^2 + r_{R_3/R_4}^2}$$

und einen absoluten Fehler von

$$\bar{\sigma}_n = r \cdot \bar{x} \quad (4.5)$$

so dass wir auch so $R_{10}^{gauss} = (471.4 \pm 2,5) \Omega$ und $R_{13}^{gauss} = (617.1 \pm 3.3) \Omega$ bestimmen können. Wir wollen jetzt jeweils den Wert mit dem größeren Fehler als unser Messergebnis verwenden. Es ergeben sich abschließend die unbekanntes Widerstände als:

$$R_{10} = (471.4 \pm 3.3) \Omega$$

$$R_{13} = (617.1 \pm 3.3) \Omega$$

4.2 Kapazitätsbestimmung über eine modifizierte WHEATSTONE'sche Brücke

Die verwendete Messbrücke ist in Abbildung 7 skizziert und wird genutzt um die Kapazität der Kondensatoren Wert 1 und Wert 3 zu bestimmen. Wir gehen davon aus, dass es sich um ideale Kondensatoren handelt ($R_X = 0$). Daher können wir $R_2 = 0$ setzen, woraus folgt, dass nur eine Abgleichbedingung (2.18) betrachtet werden muss. Wir nutzen, dass gleiche Potentiometer ($P1$) wie in der vorherigen Messung und verfahren analog (Referenzbauteile: C_2, R_3, R_4):

$$R_3 = \frac{1000 \Omega}{1003} \cdot \text{Skalenteile}$$

$$R_4 = 1000 \Omega - R_3$$

$$C_X = C_2 \cdot \frac{R_4}{R_3}$$

C_2 [μF]	R_3 [Ohm]	R_4 [Ohm]	C_1 [μF]
0.399	376.86939	623.13061	0.65972
0.597	474.57627	525.42373	0.66096

Tabelle 3: Messwerte für Wert 1

C_2 [μF]	R_3 [Ohm]	R_4 [Ohm]	C_3 [μF]
0.992	712.86142	287.13858	0.39957
0.994	713.85842	286.14158	0.39843
0.399	499.50150	500.49850	0.39980
0.597	599.20239	400.79761	0.39932

Tabelle 4: Messwerte für Wert 3

Mittelwert nach (4.1):

$$\bar{x}_1 = 0.66034 \mu F$$

$$\bar{x}_3 = 0.39928 \mu F$$

und der mittlere Fehler auf den Mittelwert (4.2) liefern $C_1^{stat} = (0.66034 \pm 0.00062) \mu F$ und $C_3^{stat} = (0.39928 \pm 0.00030) \mu F$ für die unbekanntenen Kapazitäten. Mit einem relativen Fehler (4.3) von $r_1^{stat} = 0.094 \%$ bzw. $r_3^{stat} = 0.075 \%$. Auch in diesem Fall wollen wir zusätzlich noch nach (4.4) einen Fehler berechnen (gleiche Fehlerannahme wie in der ersten Bestimmung).

$$r_{C_{1,3}} = \sqrt{r_{C_2}^2 + r_{R_4/R_3}^2}$$

Und die Werte mit absolutem Fehler (4.5) als $C_1^{gauss} = (0.6603 \pm 0.0036) \mu F$ und $C_3^{gauss} = (0.3993 \pm 0.0022) \mu F$ angeben. Wiederum soll das Ergebnis mit dem größeren Fehler angegeben werden:

$$C_1 = (0.6603 \pm 0.0036) \mu F$$

$$C_3 = (0.3993 \pm 0.0022) \mu F$$

4.3 Induktivitätsbestimmung über eine modifizierte WHEATSTONE'sche Brücke

Auch die Bestimmung der Induktivität Wert 16 erfolgt analog zu den bereits durchgeführten Messungen. Wir nutzen die in Abbildung 8 gezeigte Anordnung und benötigen also neben dem bereits bekannten Potentiometer ($P1$) noch ein zweites ($P2$) mit

1002 Skalenteilen und ebenfalls 1 kΩ Gesamtwiderstand. Dieses ist notwendig, da der Nullabgleich zeigt, dass R_2 von Null verschieden ist und somit ebenfalls variiert werden muss. Als Referenz haben wir wieder die festen Bauteile R_2 , R_3 und R_4 . Ausgetauscht wird L_2 um einen statistischen Fehler angeben zu können.

$$R_2 = \frac{1000 \Omega}{1002} \cdot \text{Skalenteile}$$

$$R_3 = \frac{1000 \Omega}{1003} \cdot \text{Skalenteile}$$

$$R_4 = 1000 \Omega - R_3$$

$$R_X = R_2 \cdot \frac{R_3}{R_4}$$

$$L_X = L_2 \cdot \frac{R_3}{R_4}$$

L_2 [mH]	R_2 [Ohm]	R_3 [Ohm]	R_4 [Ohm]	R_{16} [Ohm]	L_{16} [mH]
14.6	6.98603	773.67896	226.32104	23.88175191	49.91013216
27.5	202.59481	645.06481	354.93519	368.1989953	49.97893258

Tabelle 5: Messwerte für Wert 16, WHEATSTONE-Brücke

Wieder berechnen wir Mittelwert (4.1) und Fehler (4.2) und können somit $L_{16}^{stat} = (49.945 \pm 0.034)$ mH mit einem relativen Fehler (4.3) von $r_{16}^{stat} = 0.069\%$ angeben. Die GAUSSsche Fehlerfortpflanzung 4.4 liefert

$$r_{L_{16}} = \sqrt{r_{L_2}^2 + r_{R_3/R_4}^2}$$

hier einen relativen Fehler von $r_{16}^{gauss} = 0.54\%$ und somit $L_{16}^{gauss} = (49.94 \pm 0.27)$ mH. Es fällt auf, dass der Fehler und der Wert auf den Verlustwiderstand nicht berechnet wird. Dies beruht auf den schlechten Messergebnissen hierzu. Wie aus Tabelle 5 zu entnehmen ist, lässt sich nur die Induktivität L_{16} hinreichend genau bestimmen. Die Messergebnisse lassen den Schluss zu, dass der Verlustwiderstand der Referenzinduktivität $L_2 = 14.6$ mH zu hoch ist und die Messung verfälscht. In der später behandelten Messung mit der MAXWELL-Brücke, erhalten wir wieder einen Wert um 360 Ω, wir gehen davon aus, dass sich der wirklich Wert in dieser Größenordnung befindet. Obwohl beide Werte für L_{16} sehr ähnlich sind, lässt sich aufgrund der durchgeführten GAUSS'schen Fehlerfortpflanzung als endgültiger Messwert nur

$$L_{16} = (49.94 \pm 0.27) \text{ mH}$$

angeben.

4.4 Induktivitätsbestimmung über eine MAXWELL-Brücke

Auch die MAXWELL-Brücke (Abbildung 9) ist eine Anordnung zur Bestimmung der Induktivität einer Spule. Wir wollen in unserem Fall die Ergebnisse aus der vorangegangenen Messung mit der modifizierten WHEATSTONE'schen-Brücke zu Wert 16 mit denen der MAXWELL-Brücke vergleichen. Die Abgleichbedingungen lauten mit den bekannten Potentiometern $P1$ und $P2$ und den Referenzbauteilen $R2$, $C4$, $R3$ und $R4$:

$$R_3 = \frac{1000 \Omega}{1002} \cdot \text{Skalenteile}$$

$$R_4 = \frac{1000 \Omega}{1003} \cdot \text{Skalenteile}$$

$$R_{16} = R_2 \cdot \frac{R_3}{R_4}$$

$$L_{16} = R_2 \cdot R_3 \cdot C_4$$

C_4 [μF]	R_2 [Ohm]	R_3 [Ohm]	R_4 [Ohm]	R_{16} [Ohm]	L_{16} [mH]
0.399	1000	125.74850	360.91725	348.4136699	50.17365

Tabelle 6: Messwerte für Wert 16, MAXWELL-Brücke

Da wir nur auf eine Messreihe zurückgreifen können, ist in diesem Fall keine statistische Berechnung eines Fehlers möglich. Die GAUSS'sche Fehlerfortpflanzung 4.4 liefert:

$$r_{R_{16}} = \sqrt{r_{R_2}^2 + r_{R_3/R_4}^2}$$

$$r_{L_{16}} = \sqrt{r_{R_2}^2 + r_{R_3}^2 + r_{C_4}^2}$$

Der relative Fehler auf den Blindwiderstand beträgt $r_{L_{16}} = 0.41\%$, der für den Verlustwiderstand hingegen $r_{R_{16}} = 0.54\%$. Es ergeben sich daraus folgende Messergebnisse mit Fehler:

$$R_{16} = (348.4 \pm 1.9) \Omega$$

$$L_{16} = (50.17 \pm 0.21) \text{ mH}$$

Der Vergleich der Ergebnisse der unterschiedlichen Messmethoden bestätigt die Messung der Induktivität. Beide Werte liegen in der Fehlertoleranz des jeweils anderen Wertes². Auch wird die Vermutung bekräftigt, dass der Verlustwiderstand in einer

²Es ergibt sich eine kleine Diskrepanz in eine Richtung des Vergleichs von 0.02 mH, die jedoch guten Gewissens zu vernachlässigen ist.

Größenordnung von 360Ω anzutreffen ist.

4.5 Frequenzabhängigkeit der WIEN-ROBINSON-Brücke

Abbildung 10 zeigt die Anordnung der WIEN-ROBINSON-Brücke, die im folgenden auf ihre Frequenzabhängigkeit untersucht werden soll. Zuerst haben wir die Grenzfrequenz f_0 manuell mit Hilfe des Voltmeters auf $f_0 = 160 \text{ Hz}$ bestimmt. Tabelle 7 zeigt die Messwerte in Abhängigkeit zur normierten Frequenz $\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}$:

Frequenz [Hz]	norm. Frequenz Ω	U_{Br} [V]
20	0.125	0.310
30	0.188	0.280
40	0.250	0.250
60	0.375	0.195
80	0.500	0.140
120	0.750	0.063
160	1.000	0.005
320	2.000	0.150
480	3.000	0.220
640	4.000	0.260
800	5.000	0.285
960	6.000	0.295
1120	7.000	0.300
1280	8.000	0.305
1440	9.000	0.310
1600	10.000	0.310
2400	15.000	0.320
3200	20.000	0.320
4800	30.000	0.325
6400	40.000	0.330
9600	60.000	0.330
12800	80.000	0.330
16000	100.000	0.330
20000	125.000	0.335
24000	150.000	0.335

Tabelle 7: Frequenzabhängigkeit der WIEN-ROBINSON-Brücke

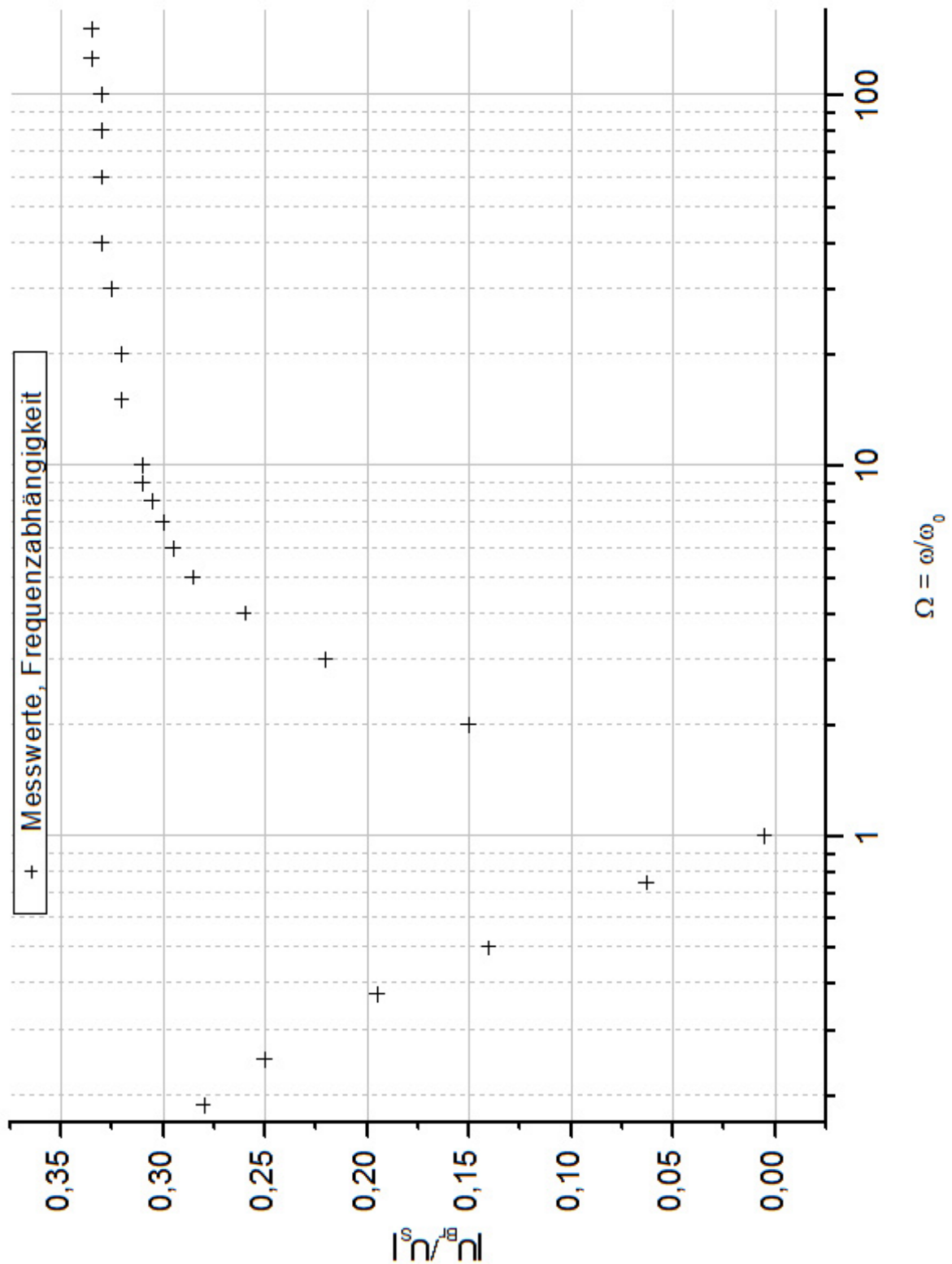


Abbildung 11: Messwerte zur Frequenzabhängigkeit der WIEN-ROBINSON-Brücke

Die Referenzbauteile besitzen folgende Größen: $R' = 332 \Omega$, $R = 1000 \Omega$ und $R' = 0.992 \mu\text{F}$ wobei wir die Amplitude der Eingangsspannung der Einfachheit halber bei $U_S = 1 \text{ V}$ gehalten haben. Die Theoriekurve ergibt sich jetzt nach (2.32).

4.6 Klirrfaktor-Messung des Sinusgenerators

Der **Klirrfaktor** k ist ein Maß, für die den Gehalt an Oberwellen bezüglich der Grundwelle. Er ist definiert als:

$$k := \frac{\sqrt{U_2^2 + U_3^2 + \dots}}{U_1} \quad (4.6)$$

(U_1 = Amplitude der Grundwelle und U_n = Amplitude der n-ten Oberwelle mit der Frequenz $n \cdot f_0$)

Die Amplitude der Grundwelle ($\Omega = 1$) ist $U_1 = 1 \text{ V}$. Wir nähern die Summe der Oberwellen, durch die Annahme, dass diese nur aus der zweiten Oberwelle ($\Omega = 2$) besteht. Diese berechnet sich mit $\Omega = 2$ und $U_S = 1 \text{ V}$ nach $U_2 = \frac{U_{Br}}{\omega(2)}$:

$$U_2 = \frac{U_{Br}(\Omega = 1)}{\sqrt{\frac{1}{9} \cdot \frac{(2^2 - 1)^2}{(1 - 2^2)^2 + 9 \cdot 2^2}}} \quad (4.7)$$

Der Klirrfaktor beträgt also:

$$k := \frac{\frac{0.005 \text{ V}}{\sqrt{\frac{1}{9} \cdot \frac{(2^2 - 1)^2}{(1 - 2^2)^2 + 9 \cdot 2^2}}}}{1 \text{ V}} \approx 0.0335 \approx 3.4 \% \quad (4.8)$$

5 Diskussion

Die Messergebnisse aus den Brückenschaltungen sind weitestgehend zufriedenstellend ausgefallen. Es zeigt sich jedoch, dass mitunter Unterschiede zwischen den statistischen Fehlern und den Fehlern durch GAUS'ssche Fehlerfortpflanzung auftreten. Eine Durchführung mit einer deutlich höheren Anzahl an Messreihen würde sicherlich zu genaueren Messergebnissen führen.

6 Literatur Bildnachweise

Sämtliche Abbildungen in den Abschnitten 2 und 3 sind aus dem Praktikumsskript entnommen.

Elektronische Brückenschaltungen (302) Experimentelle Übungen für Physiker
Version vom 21. November 2005

[http://berners-lee.physik.uni-dortmund.de/praktikum/
AP-Anleitungen/Optik/Versuch\%20Nr.302.pdf](http://berners-lee.physik.uni-dortmund.de/praktikum/AP-Anleitungen/Optik/Versuch\%20Nr.302.pdf)